

## 袁亚湘院士：黄金分割浅谈

中国数学会第十一届全国数学文化论坛于 2022 年 7 月 29 日 - 8 月 1 日在河南大学顺利召开。中国数学会监事长袁亚湘院士作大会报告《黄金分割浅谈》，以下是报告实录。

今天我只讲数学文化的一个小例子——黄金分割。黄金分割是在中学就接触到的、非常初等的知识。

### 一、黄金分割的历史

黄金分割比例在《几何原本》中称为中末比，其定义如下：把一条线段分成两段，整段比长段等于长段比短段。欧几里得用几何作图的方法将线段分划为中末比。

#### *In Euclid's words:*

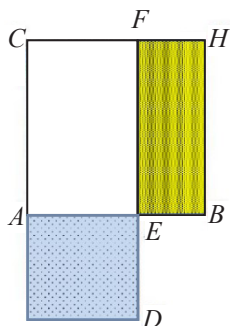
A straight line is said to have been cut in extreme and mean ratio when, as the whole line is to the greater segment, so is the greater to the lesser.



#### (一) 《几何原本》中的中末比

**第六章命题 30：**将给定线段  $(AB)$  分成中末比。

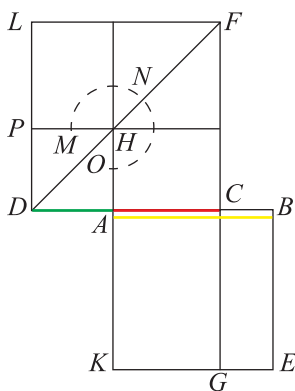
欧几里得在没有任何无理数概念的前提下，利用了很多引理通过几何的方法得到中末比。给定一条线段  $AB$ ，如何将给定线段  $(AB)$  分成中末比，欧几里得的做法是：以  $AB$  为边在上面画一个正方形  $ABHC$ ，在  $AB$  上找一点  $E$  使得以  $AE$  为边长的正方形与  $EB$  为边长的四边形  $EBHF$  面积相等。



如何用几何画图的方法找到具备此性质的  $E$ ？欧几里得需要用到书中的其他引理。中末比有很多神奇的性质，在《几何原本》里有大量命题是关于这个中末比，否则欧几里得也不会特意定义这个比例。

**第十三章命题 1：**如果把一个线段分成中末比，则长段加整段的一半之和为边的正方形面积等于整段一半边长的正方形的 5 倍。

现在我们用中末比的精确值就能简单推出这一结果，但当时欧几里得是不知道中末比的具体数值的。



**第十三章命题 8：**一个等边等角的正五边形，用线段顺次连接两角，则连线交成中末比，且长段等于五边形的边。