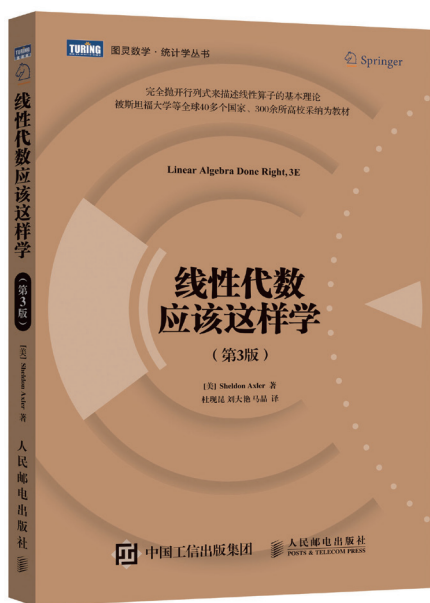


## 好书推荐

## 推荐《线性代数应该这样学》(第三版)

林开亮

谨以此文纪念哈尔莫斯(Halmos, 1916-2006)诞辰100周年<sup>1</sup>

定价：¥49.00，人民邮电出版社，2016年

在中国，线性代数一般等同于矩阵论，这主要是受华罗庚先生的影响，他的矩阵功底炉火纯青，因此他的学生曾肯成教授这样说：“龙生龙，凤生凤，华罗庚的学生会打洞。”所谓“打洞”，就是用相似变换或其它矩阵变换将矩阵化成标准型（其中有很多元素为0，即“洞”）。据华罗庚的另一得意弟子陆启铿院士讲，当初邀请华罗庚访问美国普林斯顿高等研究院的外尔(H. Weyl)曾这样评价：“华罗庚玩矩阵就像玩数字一样得心应手。”大概是陆启铿先生的

话被人听岔了，做出这一评价的外尔教授，有时被讹传为韦伊(A. Weil)。稍微了解韦伊的人都知道，他不可能说这话。为什么呢？因为韦伊是法国布尔巴基学派的主力，他跟谢瓦莱(C. Chevalley)都致力于消除代数中的行列式、结式等计算性的概念，而华罗庚是以矩阵计算见长，绝非韦伊所欣赏的风格。这里有罗塔(Gian-Carlo Rota)教授在1988年提供的证词(见其文章 Fine Hall in its golden age: Remembrances of Princeton in the early fifties, 收入 A Century of Mathematics in America, Part III, History of Mathematics, Volume 3, P. Duren, Ed., pp.223-236, American Mathematical Society, 1989. [http://www34.homepage.villanova.edu/robert.jantzen/princeton\\_math/pmcxrota.htm](http://www34.homepage.villanova.edu/robert.jantzen/princeton_math/pmcxrota.htm))：

即便是本科生的线性代数教学，也留下了阿廷(E. Artin)清晰可见的印记：他在我们面前从来不提基和行列式(考虑到他是那么喜欢计算，这真是奇怪的禁令)。阿廷的盟友，谢瓦莱和韦伊，竭尽全力将行列式和结式驱逐出代数。每每想到革命尚未成功，九泉之下的两位(注：指1962年过世的阿廷和1984年过世的谢瓦莱)可能都无心睡眠。

<sup>1</sup> 本文完成于2016年

## 好书推荐



作者谢尔登·阿克索勒 (Sheldon Axler) 和他的猫, 取自其个人主页 <http://www.axler.net/>

在这方面, 韦伊和谢瓦莱的先驱, 正是罗塔这里所提到的阿廷。范德瓦尔登 (van der Waerden) 曾根据阿廷和诺特 (E. Noether) 的讲义, 写成抽象代数的经典名著《近世代数》(后来更名为《代数学》, 有中译本, 科学出版社), 此书直接刺激了布尔巴基学派的诞生。希尔伯特 (Hilbert)、诺特、阿廷是近世代数的先驱, 近世代数的思想一度在德国盛行。特别地, 受到量子力学的刺激, 冯·诺依曼 (von Neumann) 将这一思想应用到无限维空间的泛函分析中去, 这导致了线性代数的几何化。这方面的第一本书, 就是冯·诺依曼在普林斯顿高等研究院的助手哈尔莫斯 (P. R. Halmos) 根据他的讲义写成的《有限维向量空间》(*Finite-Dimensional Vector Spaces*)。该书 1942 年出版, 之后多次再版, 现已成为经典 (期待有朝一日能够引进中译本, 这是笔者心目中独一无二的线性代数圣经)。

眼下这本《线性代数应该这样学》(*Linear Algebra Done Right* 第三版), 可以说, 基本上是按照《有限维向量空间》的精神写的一本新书。这毫不奇怪, 作者阿克索勒 (Sheldon Axler) 正是哈尔莫斯的徒孙, 中间的链接是萨拉森 (Donald Sarason)。阿克索勒写作这本书, 可以追溯到他在 1995 年发表在《美国数学月刊》上的一篇阐述性文章《打倒行列式!》(*Down with determinants!*), 该文次年获得了美国数学

协会颁发的 Lester R. Ford 写作奖。

标题取名为“打倒行列式!”, 也许在中国的读者看来, 有点不可思议, 在通行的线性代数教科书中, 行列式通常放在一开头讲的, 如果直接扔掉了, 后面还怎么讲? 事实上, 这是完全可以做到的, 《线性代数应该这样学》就做到了这一点。在全书中, 迹和行列式是最后一章, 而之前讲完了线性代数所有其它内容 (尤其是作为矩阵灵魂的特征值与特征向量), 并没有用到这两个概念!

阿克索勒之所以要打倒行列式, 可能主要是想突出线性代数的本质方面是概念而非计算。正是出于对后一个看法的支持, 促使我在这里向读者推荐这本书。

如前所说, 线性代数的教学分两派: 一派注重代数计算, 以华罗庚先生为代表, 这条线最终可溯源到美国的代数与数论学家迪克森 (L. E. Dickson), 中间的链接是杨武之教授 (杨振宁的父亲, 把近世代数和数论引进到中国); 一派注重几何直观, 以哈尔莫斯为代表, 最终追溯到诺特和阿廷, 中间的链接是冯·诺依曼。虽然我本人经受的课堂训练是偏计算的 (教材用北大的经典《高等代数》, 它以丁石孙先生的《高等代数简明教程》为蓝本, 丁先生在自传中说他借鉴了苏联斯米尔诺夫的《高等数学教程》; 课堂之外, 我的高等代数老师、天津大学数学系田代军教授