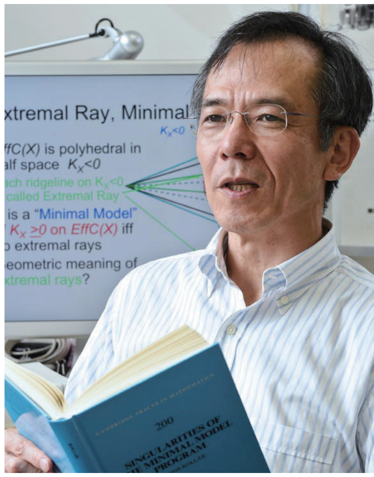


以画家的方式做数学

森重文访谈录

吴 帆 / 译

编者按：森重文（MORI Shigefumi）1951 年出生于日本名古屋，1978 年获得京都大学博士，之后任教于名古屋大学，1990 年后任职于京都大学数学研究所（RIMS）。森重文自 1980 年代起因关于三维多样体的系列研究，影响了之后数十年代数几何的发展。他确立了多样体上的极小模型理论框架（minimal model program, 或称森重文纲领）。他于 1990 年获得菲尔兹奖，并于 2015-2018 年成为国际数学家联盟（IMU）的主席，这是第一位来自亚洲的国际最高数学组织的领导人。

《数学讨论班》由远山启与矢野健太郎创刊于 1962 年，是日本一本很有名的数学科普期刊，主要介绍大学数学和现代数学，面向的读者群是大学生。2012 年，为了庆祝创刊 50 周年，刊物特别推出了纪念特辑，分为“讲述数学这 50 年“和“我记忆中的过刊旧文”两部分。第一部分共有六个访谈，分别讲述代数几何、费马大定理、低维拓扑、有限群、现象与数理、函数论的半个世纪历程。本文就是六个访谈的首篇，采访森重文。

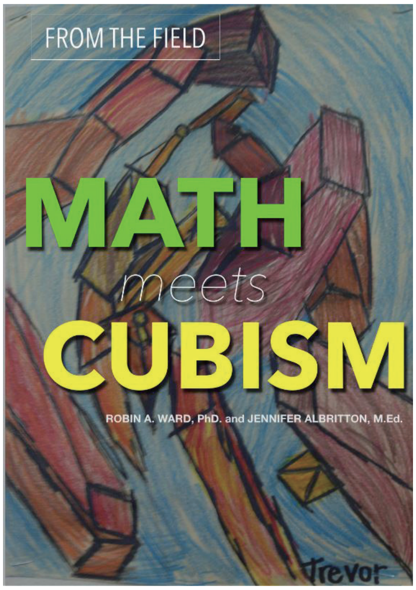
译者按：哈茨霍恩 1969 年与森重文初次相遇的时候，森重文还是刚刚从名古屋东海中学升入京都大学理学部的大一新生。哈茨霍恩初到日本时恰巧首先在名古屋落脚，尔后来到京都。9 年后森重文完全解决了断言“切丛丰富则为射影空间”的哈茨霍恩猜想（完整表述：若定义在代数闭域 k 上的 n 维非奇异射影簇 X 具有丰富切丛，则 X 同构于 k 上 n 维射影空间），取得京都大学理学博士学位。朝向完全解决的第一大步，即猜想的 3 维情形，是森重文 1977 春与隅广秀康共同作出的，合作的文章发表在京大数学杂志上。1977 年夏森重文赴哈佛访问，担任助理教授，教学工作相当紧张。次年暑假顿然松弛下来，很快就得到了关键的突破，论文《带丰富切丛的射影流形》发表在 1979 年的《数学年刊》上。森重文与哈茨霍恩终生保持了紧密的交谊。从不缺乏传奇与逸闻的森重文也说，“如果当初进了东大，大概就与菲尔兹奖无缘了”。人生的际遇如此奇妙，确实如向井茂所言：“不禁令人感到其中深厚的因缘”。

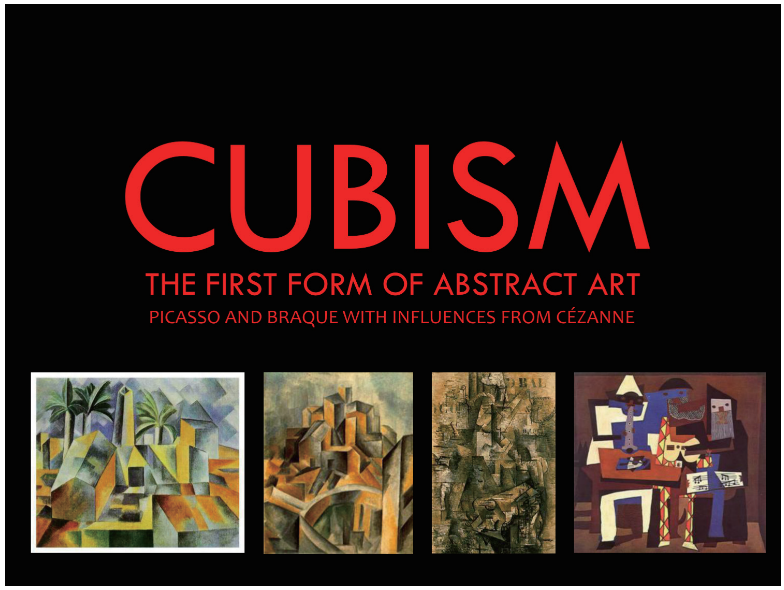
在本访谈中森重文追忆了自己一辈子治学最关键的若干片段，读者或许能从中受到启发与激励。

引言 @ 访谈正文（2012 年 8 月 6 日）

对于代数几何，人们在脑海中有怎样的形象？我们就从这个问题开始吧。

我个人的感觉，代数几何是抽象画。虽然代数几何中研究的图形称为“代数多样体”[1]，可是这并不能实际地描绘出来。因此代数几何使用文字与方程来作数字式（digitally）处理，抽出特征来研究。这样看来，与立体主义不乏相通之处。所谓立体主义，就是将对象物分解为球体、锥体等基本形状加以表现的画法。





虽说立体主义谈的是绘画，也即模拟式（analog）世界，可是就“用简单的数据表现对象”这一点说来，不仅数学，许多科学或许都在某种意义上是立体主义。就连经济学，虽然看不到整体图景，可也用各色指标来明示特征。从对象物中抽出某些东西，就变得容易理解了。在这个意义上，经济也有与立体主义相通的侧面。

与之相对，在微分几何的情形，因为具备曲率等尺度与工具，仿佛使人可以直接触摸到空间，所以能够以具象画的形式描绘对象物。我感觉微分几何真可以栩栩如生地看到。代数几何则不然，我想因为怎么都看不到整体形象，所以抽象化的必要性就更高了。

那么，代数簇可以如何表现呢？在我个人看来，虽然代数簇本身无法直接看见，但是通过“抽象化”这道滤器，可以看到像顶端尖锐的冰淇淋的锥形筒。

[1] 译者注：日语中将给人以具体形象的、引发侧重分析的联想的 manifold 与令人联想到代数侧面的、感觉抽象的 variety 都译作“多样体”。如果同汉语一样区分译为“流形”和“簇”，恐怕就不容易引起本文所述的混同观感。此处译作“代数簇”的话不能传达原文的涵义，后文一概译为“代数簇”。

也就是说，以代数簇这样看不见的事物为研究对象，将它描绘在画布上的话，我会把它画成锥形。

我想谈谈关于法诺簇的回忆。

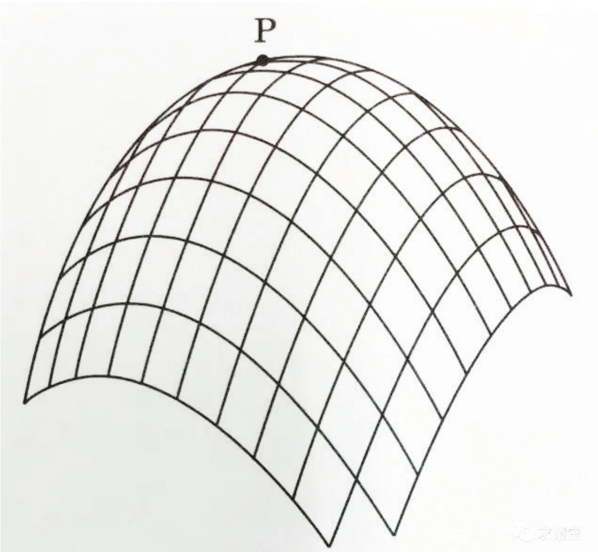


图 1-1 正的弯曲

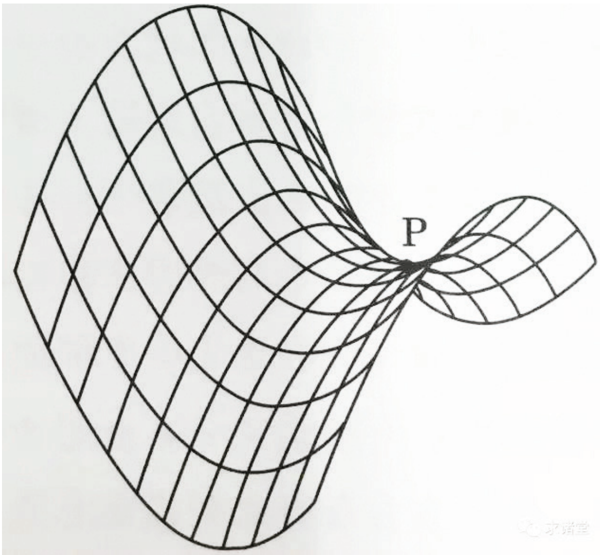


图 1-2 负的弯曲

在微分几何中若要测量曲面在点 P 的弯曲状况，那么有所谓（在点 P 处）高斯曲率的概念，其形象如图 1 所示。图 1-1 像乒乓球那样朝曲面的一个方向弯曲或者突出，此时高斯曲率为正；反之，图 1-2 如鞍形那样弯曲，高斯曲率为负。一般型代数簇是上图 1[2] 在某种意义上的高维版本，包括众多代数簇，多到分不完类。

图 1-1 的高维版本是法诺簇，法诺簇没有那么多，有分类的可能性。其在 3 维情形的分类，我与向井茂一道完成了。那时出现了形形色色复杂的锥形，“这里的边缘是什么？”带着这样的疑问，得到了立方体削去一个角那样的图形，那时我总是感觉触摸到了法诺簇一样 [3]。

1. 从解决哈茨霍恩猜想开始

所谓哈茨霍恩猜想，是说若某代数簇处处都如图 1-1 那样有正弯曲，则其必为射影空间。法诺簇本身就很特殊了，其中更特殊的是射影空间。哈茨霍恩猜想就是如何刻画射影空间的问题。

哈茨霍恩猜想起初是由哈茨霍恩在 1969 年作出的，并且他本人证明了维

[2] 译者注：作者是指图 1-2，也即负曲率情形。

[3] 译者注：尽管森在竭力传达他做研究时的直观感受，可毕竟是相当抽象的学问，我也不得要领。