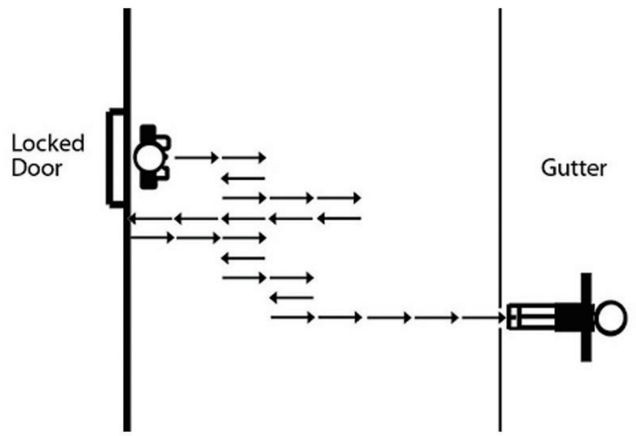
数学中竟然还有这样的定理!

果壳网

谁说数学是枯燥的?在数学里,有很多欢乐而又深刻的数学定理。这些充满生活气息的数学定理,不但深受数学家们的喜爱,在数学迷的圈子里也广为流传。

喝醉的小鸟

定理:喝醉的酒鬼总能找到回家的路,喝醉的小鸟则可能永远也回不了家。



假设有一条水平直线,从某个位置出发,每次有 50% 的概率向左走 1 米,有 50% 的概率向右走 1 米。按照这种方式无限地随机游走下去,最终能回到出发点的概率是多少?答案是 100% 。在一维随机游走过程中,只要时间足够长,我们最终总能回到出发点。

现在考虑一个喝醉的酒鬼,他在街道上随机游走。假设整个城市的街道呈网格状分布,酒鬼每走到一个十字路口,都会概率均等地选择一条路(包括自己来时的那条路)继续走下去。那么他最终能够回到出发点的概率是多少呢?答案也还是 100% 。刚开始,这个醉鬼可能会越走越远,但最后他总能找到回家路。

不过,醉酒的小鸟就没有这么幸运了。假如一只小鸟飞行时,每次

都从上、下、左、右、前、后中概率均等地选择一个方向，那么它很有可能永远也回不到出发点了。事实上，在三维网格中随机游走，最终能回到出发点的概率只有大约 34% 。

这个定理是著名数学家波利亚（George Pólya）在 1921 年证明的。随着维度的增加，回到出发点的概率将变得越来越低。在四维网格中随机游走，最终能回到出发点的概率是 19.3% ，而在八维空间中，这个概率只有 7.3% 。

“你在这里”

定理：把一张当地的地图平铺在地上，则总能在地图上找到一点，这个点下面的地上的点正好就是它在地图上所表示的位置。

也就是说，如果在商场的地板上画了一张整个商场的地图，那么你总能在地图上精确地作一个“你在这里”的标记。

1912 年，荷兰数学家布劳威尔（Luitzen Brouwer）证明了这么一个定理：假设 D 是某个圆盘中的点集，f 是一个从 D 到它自身的连续函数，则一定有一个点 x ，使得 $f(x) = x$ 。换句话说，让一个圆盘里的所有点做连续的运动，则总有一个点可以正好回到运动之前的位置。这个定理叫做布劳威尔不动点定理（Brouwer Fixed Point Theorem）。

除了上面的“地图定理”，布劳威尔不动点定理还有很多其他奇

妙的推论。如果取两张大小相同的纸，把其中一张纸揉成一团之后放在另一张纸上，根据布劳威尔不动点定理，纸团上一定存在一点，它正好位于下面那张纸的同一个点的正上方。

这个定理也可以扩展到三维空间中去：当你搅拌完咖啡后，一定能在咖啡中找到一个点，它在搅拌前后的位置相同（虽然这个点在搅拌过程中可能到过别的地方）。

不能抚平的毛球

定理：你永远不能理顺椰子上的毛。

想象一个表面长满毛的球体，你能把所有的毛全部梳平，不留下任何像鸡冠一样的一撮毛或者像头发一样的旋吗？拓扑学告诉你，这是办不到的。这叫做毛球定理（Hairy Ball Theorem），它也是由布劳威尔首先证明的。用数学语言来说就是，在一个球体表面，不可能存在连续的单位向量场。这个定理可以推广到更高维的空间：对于任意一个偶数维的球面，连续的单位向量场都是不存在的。

毛球定理在气象学上有一个有趣的应用：由于地球表面的风速和风向都是连续的，因此由毛球定理，地球上总会有一个风速为 0 的地方，也就是说气旋和风眼是不可避免的。