

有朋自远方来——专访数学家陈恕行教授



陈恕行教授 1941 年 6 月 20 日出生于上海。先后毕业及任教于上海复旦大学，1962 年学士，1965 年研究生毕业，1978 年任讲师，1980 年任副教授，1984 年任教授。陈教授曾获中国国家自然科学二等奖以及受邀 ICM 演讲等多项荣誉。多年来陈教授在多维激波理论的研究领衔国际偏微分方程界，并著有多本偏微分方程专书。他为人谦和，治学严谨为学界所敬重。

刘太平（以下简称刘）：谢谢你这次过来。我想先问你个问题：偏微分方程在中国是个很大的领域，做的人也非常多，微分方程的发展是怎么开始的？

陈恕行（以下简称陈）：中国的偏微分方程学科发展的开始可能跟实际应用的背景有关系，原来做偏微分方程的人很少，最早可以说是从吴新谋¹先生从法国回来开始的，他可以说是第一代研究偏微分方程的人。那时候大概是 50 年代初，他回来以后在数学研究所组织了一个讨论班。偏微分方程研究一方面是由于他的重视，另一方面也因为跟实际有联系，所以就得到较多的支持，偏微分方程界前辈中一些重要的人物像齐民友²、王光寅³、丁夏畦⁴等等当时都是在吴新谋先生的讨论班里面，这是比较早的一代的发展。这些人后来再带了很多的学生，渐渐形成大的影响。

¹ 吴新谋 (1910-1989), 中国数学家, 中国偏微分方程研究的主要创始人之一, 建立中国科学院数学研究所微分方程研究室。

² 齐民友 (1930-2021), 中国数学家, 他的研究主要集中在微分方程领域。

³ 王光寅 (1926-2012), 中国科学院数学研究所研究员, 长期从事微分方程研究工作。

⁴ 丁夏畦 (1928-2015), 中国科学院院士, 研究工作涉及偏微分方程、函数空间、数论、数理统计等方面, 有许多重要研究成果。



刘：那么你在的复旦是怎么样的情况？

陈：复旦也是这样。复旦当时是谷超豪⁵先生到苏联去学习，他刚开始去的时候学微分几何，第一年做的是微分几何，第二年就转到偏微分方程，他当然是转得比较快，而且很快地就进入了偏微分方程的核心领域。他回来以后主要是做偏微分方程的研究，特别是守恒律方程跟空气动力学有关的一些问题的研究。他在复旦带了李大潜⁶、俞文魑⁷等，郭柏灵⁸那时候也在其中。我那时候是学生。谷先生当年很注意偏微分方程跟空气动力学应用的联系，另外，他也很注意理论的发展，譬如 Friedrichs⁹当时为研究混合型方程，发展了正对称方程组（symmetric positive system）的理论。他 1958 年在 *Communications on Pure and Applied Mathematics* 上发表了一篇很长的

⁵ 谷超豪 (1926-2012), 中国数学家, 2010 年获得中华人民共和国国家最高科学技术奖, 主要研究方向有偏微分方程、微分几何、数学物理等。

⁶ 李大潜 (1937-), 中国科学院院士, 法国科学院外籍院士, 在偏微分方程的理论及应用方面取得多项成果。

⁷ 俞文魑 (1940-2002), 中国数学家。

⁸ 郭柏灵 (1936-), 中国科学院院士, 在非线性发展方程方面, 对力学及物理学中的一些重要方程进行了系统深入的研究。

⁹ Kurt Otto Friedrichs (1901-1982), 美籍华裔数学家, 纽约大学 Courant Institute 的创始人之一, 1977 年获得美国国家科学奖章 (National Medal of Science), 在应用数学的偏微分方程领域中有卓越的贡献。

论文,大概有 80 多页。谷先生在 60 年代初的时候就念这篇文章,他那时刚从苏联回来,一回来就组成讨论班做空气动力学与偏微分方程的研究,同时也注意到这些新的动向,并且要我进入这个方向。那篇文章是 58 年发表的,我们能看到这篇文章已经是 60 年了,所以在 60 年代就进入这个方向应该说是跟得很紧的。

刘: 那一代的人,谷先生、丁先生以及你刚才提到的几位,这些人在中国偏微分方程界有很根本的影响,这些人也分布在不同的地方,我晓得北京有丁先生。

陈: 主要是在北京、上海。那个年龄层中还有王柔怀¹⁰,他在吉林大学,齐民友在武汉大学。

刘: 那个时候的文化氛围,跟后来以及现在都完全不同。那时候你已经进入这个领域了吗?

陈: 我那时候是研究生,是学生,所以他们这些教师的活动是不参加的。因为我们在念书,我们做自己的事情。他们开会或在教研组里面讨论,我们一般是不参加的。

刘: 但是有讨论班是吧?

陈: 那时候教师的讨论班我们也没去。就是谷先生跟我们研究生有些讨论,谷先生当时也很重视混合型方程这个方向,所以他那时候就安排我主要学习 Friedrichs 的文章,如 symmetric positive system 等,就是想做高维的问题。

刘: 所以你从一开始就做混合型这种困难的方程。

陈: 是谷先生很早就开始做混合型方程的研究,谷先生对国际上的学术动向是很敏

¹⁰ 王柔怀(1924-2001),中国数学家,从事偏微分方程理论研究,主要成就涉及非线性椭圆型与抛物型偏微分方程。



感的，那时候 Nirenberg¹¹ 和 Hörmander¹² 在 65 年发表了关于拟微分算子理论的重要文章，他在 66 年上半年就注意到这个动向，他那时自己先在那边看，但是后来就文化大革命了，所以没能继续下去。

刘：那一代的人把握世界的数学的动态，他们都觉得必须掌握而且很宽阔地去理解。我听说丁夏畦先生也是，他注意到 Glimm¹³ 的工作也是在文革期间很困难的时候，后来他叫几个人去做，即便是在美国，大家注意到 Glimm 这个文章的时间并没有比中国那时候早，所以早期在中国他们也做了好的工作。另外还有你说到齐民友、王柔怀。王柔怀是怎么样的情况？

陈：王柔怀以前主要是做椭圆的，他椭圆的工作做得很好，在非线性椭圆型方程组解的解析性研究中得到跟 Morrey¹⁴ 他们差不多的结果。这个结果当时是用中文发表

¹¹ Louis Nirenberg (1925-2020), 纽约大学教授, 是 20 世纪最出色的分析家之一, 在线性与非线性偏微分方程中有根本的贡献。

¹² Lars Valter Hörmander(1931-2012), 瑞典数学家, 在线性偏微分方程现代理论有巨大的贡献, 1962 年获得 Fields Medal。他的著作 “The Analysis of Linear Partial Differential Operators I-IV” 公认为是线性偏微分算子方面的经典著作。

¹³ 详见数学传播第 31 卷第 4 期, 有朋自远方来专访。

¹⁴ Charles B. Morrey, Jr. (1907-1984), 美国数学家, 在变分法与偏微分方程有重要的贡献。

的，国外不知道，很可惜。所以后来他的论文在一个叫做 *Frontier of Mathematics in China*¹⁵ 的杂志中被翻成英文。杂志是张恭庆¹⁶ 主编的，由高等教育出版社（中国）出版。

刘：这很有意义啊。

陈：这杂志在创办初期找了一些早期比较好的，原来用中文发表的文章，把它翻成英文。王先生当时关于椭圆型方程这方面的工作是做得很好的。

刘：齐民友先生他主要是做拟微分方程？

陈：齐先生以前主要是做退化双曲的，他有一个做得很好的工作是关于退化双曲型方程该提怎样的初始条件。但是齐先生后来也因为当年的批判等原因，没有很多的精力做数学。

刘：是那样的一个年代！我晓得你刚刚提到开始做混合型，在北京的丁夏畦先生还有王光寅先生他们也做过些退化双曲的问题，用一些特殊函数，后来他们在做补偿列紧的时候这些东西都派上用场，这数学慢慢就有些渊源。据说吴新谋先生请 Hadamard¹⁷ 先生到中国来，那是什么时候？

陈：来过。不过不是吴新谋先生请的，似乎是更早¹⁸。关于 Hadamard 那时候到中国来有一段介绍，你如果有兴趣，我可以帮你查查看。

¹⁵ *Frontier of Mathematics in China*, ISSN:1673-3452 (纸本), 由中国高等教育出版社及 Springer 出版。

¹⁶ 张恭庆 (1936-), 中国科学院院士。

¹⁷ Jacques Hadamard (1865-1963), 法国数学家, 以 prime number theorem 证明闻名于世, 并为偏微分方程理论创造了适定问题 (well-posed problem) 概念以及 method of descent。

¹⁸ Hadamard 曾于 1936 年访问中国并在清华大学讲授偏微分方程。吴新谋先生当时不仅听课还担任了演讲纪录。

刘：我知道 Hadamard 是个共产党员，那时候法国政府不喜欢他，但是因为他做了 prime number theorem 的一些重要工作，所以他就没事，有这么一个说法。刚刚你提到谷先生他对数学的动态很敏感，你可以说说他一般是个怎么样的人？

陈：谷先生对数学宏观把握的能力比较强，这个大概是他很突出的地方。因为我觉得要研究数学有两方面的能力是很重要的，一是需要有进行严密的逻辑分析以及精密地计算的能力，再就是需要有一种很好的宏观思考的能力，整体地把握研究方向。一般做数学的人都有第一个方面的功底，如果你没有相当强的逻辑思维及计算能力你就没办法做数学了。第二个方面的能力就各有高低，我觉得谷先生在宏观思考这方面是比别人略胜一筹的。譬如他原来做几何能很快找到几何的核心问题，他从几何转方程的时间很短，在方程这方面是完全新手，但他又很快找到了重要的方向，重要的核心的问题。后来他跟杨振宁¹⁹ 他们合作做数学物理，做波映射，他又是很快地进入那个领域中，所以我觉得这是他的一个特点。

刘：丁先生你跟他相熟吗？不是在同一个地方，但接触应该也是很多年了，是吗？

陈：80 年代前我跟丁先生接触不是很多，他们在北京，我们在南方，那时候我们的联系比较少。丁先生知识面也很宽，他在偏微分方程领域里面椭圆也做，双曲也做，他有很多学生而且都是很强。他在指导学生跟自己做学问方面都有独特的一套，但我跟他直接接触不是很多。

刘：回到关于你比较个人的问题，你做数学很专注，而且你认为重要的东西就锲而不舍的做，你是怎么进到数学来的？

陈：我是这样的。我在中学的时候就对数学有兴趣，对物理也有兴趣。在考大学的时

¹⁹ 杨振宁 Chen-Ning Franklin Yang (1922-), 美籍华裔物理学家, 1957 年与李政道提出的宇称不守恒理论共同获得诺贝尔物理学奖。



候虽然进了数学系，但我始终保持对物理很强的兴趣，这也是我后来在数学里面做偏微分方程的一个原因。我们那时候复旦大学是五年学制，学数学到第四年的时候需要分专业方向，我当时好像很自然就挑了偏微分方程，这一方面是由于谷先生在研究偏微分方程，另一方面是因为我觉得偏微分方程跟物理的联系很多，方程可以解很多问题，所以就自然而然地过去了。

刘：所以这是你自己的兴趣，跟时代并没有很大的关系。

陈：跟时代没有关系。过去了以后，跟谷先生的接触比较多了，后来就去考他的研究生，进一步看到方程在物理学、力学里面有很多应用。那时我们研究生基本上就是念书然后做论文，我那时做的论文是研究对称双曲组的初边值问题，得到的结果比 Kato²⁰ 的相应结果还早一点。但是我那篇文章用中文写成而且还没来得及投稿，只是谷先生在他的综述论文中提过这个结果。一直到文革以后，才把以前没有发表过的一些文章拿出来发表，但那时候已经是 80 年代了。

²⁰ Tosio Kato 加藤 敏夫 (1917-1999), 日本数学家, 是偏微分方程、数学物理与泛函分析等方面的重要数学家。

刘：你文章做出来是什么时候？

陈：文章做出来是 65 年。那篇毕业论文保留在图书馆的资料里头。因为过了这么多年，我自己的资料早就处理掉了，但是在复旦图书馆的档案里还有。80 年代发表的那篇文章还是比较一般的结果，当然后来又做了些加工，D. Ebin²¹ 在 80 年前后讨论在固定容器里面流体流动的问题，建立解的存在性，我当时所做的一般的结果也可以应用到这样的问题里。

刘：那个时候你大概多大？

陈：我是 1941 年生的，65 年大概是 24、25 岁。第一篇文章是 63 年发表的，第一篇文章是做单个双曲方程，证明如果初始条件不是单调的话就一定不会产生激波，并且将激波解构造出来。

刘：后来你又做了拟微分算子，是吧？

陈：后来做拟微分算子是因为文革耽搁了很多时间，到文革结束，又可以做学术研究时，发现我们跟外面有很大的距离。譬如像 Nirenberg, Hörmander 等 65 年发表了关于建立拟微分算子理论的文章，如果我们当时就看，大概也跟上去了。不过因为停顿了那么长的时间，很多文献资料都看不懂了。那怎么办？在 1978 年的全国偏微分方程会议上，很多人都说关于拟微分算子及微局部分析这一块我们一定要补起来。当时王柔怀先生与齐民友先生带头，组织了一批教师做这件事。这事也是有点自愿的，谁愿意参加就参加。我当时也听他们讲，也对这个东西很有兴趣，就过去了。我以前就想做高维双曲守恒律的问题，经过一段思考，知道仅仅用 Friedrichs 的能量不等式这类办法是做不下去的，方法上要有突破。那时 Kreiss²² 他们做双曲方程

²¹ David G. Ebin, 美国数学家, 任教 Stony Brook State University of New York。

²² Kreiss, Heinz-Otto, Initial boundary value problems for hyperbolic systems, Comm. Pure Appl. Math. 23 (1970), 277-298.

的初边值问题，文章是 60 年代发表的，但实际上用了拟微分算子与微局部分析的思想。我们集中攻读、研究微局部分析的时间大概是从 1978 年到 1985、1986 年，共约 7、8 年的时间。那段时间王柔怀先生、齐民友先生是领头人，总共有二十几人，分别来自各个学校、地方。那时候也是像讨论班的形式，但是人集中起来比较方便。我们第一次是在武汉大学，条件也比较差点，大家待了近两个月，借了个学生宿舍，天天读书看文章，相当集中。研究报告 Hörmander 关于 Fourier 积分算子的大文章。有的是王先生看了以后给我们讲，有的是各自报告，训练强度很高，而且效率也相当高。这是在武汉大学，后来在成都科技大学也办过，南开大学也办过，在好几个地方办过这样的讨论班。有过那段时间的努力，学术领域中的这个空白就补起来了。国外这方面的动态，我们也了解了。这些人还有学生，更年轻一代，像现在苗长兴²³、张平²⁴等，他们那时候当然是不在队伍里面，但是也受到了我们那时候的活动的影 响。所以现在国际上微局部分析理论发展有什么最新的动态，最新的成果都能够赶上去。

刘：他们有什么问题就有人可以问。

陈：我们在那段时间也请了很多人来，包括像郑绍远²⁵我们也请他来了。郑绍远是做微分几何的，他来讲微局部分析也给了我们启发—你并不一定要原来就是做这东西的人在讲这个。还有一些别的人例如 Gårding²⁶，Hörmander, Chemin²⁷，Helffer²⁸ 这些人都来过。后来陈省身²⁹ 先生从 80 年开始组织双微会议，对中国数学发展的推动很大。

刘：中国现在各方面变化很大，学术变化也很大，这些都是你经历过的。

²³ 苗长兴 (1963-), 北京应用物理与计算数学研究所研究员。

²⁴ 张平 (1969-), 中国科学院院士, 中国科学院数学与系统科学研究院研究员。

²⁵ 郑绍远 Shiu-Yuen Cheng, 华裔数学家, 研究微分几何。

²⁶ Lars Gårding (1919-2014), 瑞典数学家, 对偏微分方程发展有卓越的贡献。

²⁷ Jean-Yves Chemin (1959-), 法国数学家, 任教巴黎第 6 大学, 研究 Navier-Stokes 方程。

²⁸ Bernard Helffer (1949-), 法国数学家, 任教巴黎第 11 大学。

²⁹ 陈省身 Shiing-Shen Chern (1911-2004), 美籍华裔数学家, 美国国家科学院院士, 中国台湾中央研究院院士以及其他数国的外籍院士, 是 20 世纪重要的微分几何学家。

陈：在 85 年以后关于微局部分析基本的东西大家都知道了，然后大家进一步考虑往前发展，要往哪个方向发展，以及各方面的应用。那时期在国际上也是回到应用，包括 Nirenberg 他是微局部分析理论创始人之一，又回去做椭圆，王先生那时候也是又回去做椭圆了。我那时候也想回来做守恒律方程组的问题，因为在流体力学里面有好多问题我非常有兴趣，也很重要。那个时候 Majda³⁰ 的文章对我的影响很大，因为 Majda 用微局部分析的方法做了一个高维的 shock front solution 的存在性结果。那个问题很有意思，方法也很深刻。这也使我认定做高维守恒律方程组的问题应该是以后的一个重要方向，所以我又回到这个领域中了。

刘：Majda 在做的时候，我就认得他了。他说他看到李大潜、俞文龢他们做一维的情形，怎么样把 shock front 固定下来。他们俩后来写了本书。

陈：写那本书是基于他们那几篇在 62、63 年发表的论文。这些文章主要是讨论一般情况。在此以前谷先生从苏联回来时就开始做这方面的研究，做些特定的问题。

刘：我问一个一般性的问题，现在在中国做偏微分方程的人很多，以前的情况与现在的情况变化不小，你有没有甚么看法？你比较独特，有自己的一条路在走。

陈：在中国偏微分方程研究的情形当然是比过去好得多了。有个很大的队伍，研究工作和国际上的交流很多，研究的问题也多是在前沿的问题。在这个情况下，我觉得应当想些更深层次的问题，就是说偏微分方程研究今后到底该怎么走。因为我觉得整个偏微分方程发展到现在已成为一个很庞大的理论，有很多值得研究的课题，但是进一步往前发展的关键以及制高点在什么地方？我一直在想这个问题。我觉得关键是在非线性混合型方程，因为无论是椭圆型方程也好，双曲型方程也好，都已经建立了相当完整的理论，但是关于混合型方程的成果就要少得多。混合型方程最早是意大利 F. G. 特里科米³¹ 在

³⁰ Andrew J. Majda (1949-), 美国数学家, 以在偏微分方程理论及各种应用的贡献著称。

³¹ Francesco Giacomo Tricomi (1897-1978), 意大利数学家, 以研究混合型偏微分方程闻名。

1923 年开始研究的，就是研究他提出的现在称为特里科米方程的问题，但是从那之后到现在的 80 多年间，还没有很大的突破，流体力学以及高维守恒律方程组中的很多问题，实际上的研究往往停在这个混合型方程上面，很多问题的困难就在这一步。所以我想无论是从应用的角度来讲还是理论的角度来讲，偏微分方程发展的焦点都在混合型方程上，如果在这方面有个好的突破，建立一个系统的理论，偏微分方程将有很大的改观。

刘：你觉得中国偏微分方程学的研究有什么独特性？譬如我有个印象是在 **hard analysis** 方面比较沉得住气。

陈：我觉得年轻的做偏微分方程的人需要有自己独特的看法，这是件很要紧的事。现在很多人忙着出文章，某种程度上有些浮躁的情绪。现在有各种奖励要求研究人员多写论文，特别是 **SCI** 论文，这种措施在起步阶段是必要的，但是对一个做研究的人来说，这些东西不应该想得很多，你应该去考虑数学当中本身优美的地方。就是说文章要写得优美、写得好，解决的是比较本质的问题，要能够保存得下来，而不在于文章的多。现在有种风气是在拼文章的数量多，这样的风气对学术研究不见得有利。有的人今天跟这个人讨论出篇文章，明天跟那个人合作再出篇文章，但是本人主要的研究重点是什么却说不清楚。我觉得有些年轻人，甚至是已经在带博士生、硕士生的导师，在学术研究方面上还是立不起来，这一点我觉得是应该要注意的问题。

刘：这会不会是个过渡时期？

陈：我想以后应当会更好点，包括文章也是。我觉得有的文章写得太多太长，譬如说有的年轻人往往对同样一个问题，把一篇文章写成两篇文章，三篇文章，这样发表的话可能感觉成绩很多，但实际上从科学发展来看，你将这几篇文章合起来写成一篇文章，文章的质量就更高，更有保存的价值，对科学发展的作用更大，但是现在有的人好像不是这样的做法。而且我觉得有时候文章太多也是问题，文章太多后，一个问题要用数篇文章才能阐述清楚，别人就不一定有那么多的时间来看这么多篇文章，所以即便你文章已经发表了，但真正去读你文章的人反而减少。

刘：复旦现在讨论班的情况与你当初当学生时候的讨论班情况相比，差别应当也不是太多，是吧？

陈：讨论班是这样的，依据目的的不同有各种各样的讨论班，譬如我们学微局部分析的讨论班，就是大家集中在一起读些比较硬的文章，每人报告一段大家一起讨论，也是像个读书会，我觉得效率是较高的。以前吴新谋先生主持的讨论班，虽然我没参加到，现在回过头去看那时候可能也是这样。以前数学中心比较少，有几个重要人物出来商量一下组织一个讨论班，就可以找到很多人来参加，来的人基础比较好，也是做了准备，真正想学东西的。现在数学中心很多，大家都很忙，且各有计划。有的时候找来的学生不大有准备，水平不是很齐，这就影响效果。我们那时候集中攻读与研究微局部分析的成员基本上就是各个学校的教师，但现在如果要把各个学校有一定水平的教师集中到一个地方去是件非常困难的事情。

刘：中国现在有哪几个比较主要的中心？

陈：数学中心现在很多，光北京就有好几个，上海、天津等地方都有，各类数学中心很多。有时候设想与实际做起来是有差别的，例如你组织了很好的暑期班，请了很好的人来讲，但是听的学生是各地的学生，程度不一致，学生本身也不是很有准备，听了也跟不上，效果就会差点。在 80 年代的时候，陈省身先生在北京办了双微会议跟相关的讨论班，去的人相对来说都是比较强的，想学点东西的，效果就比较好。那时候他办偏微年，组织很多活动，我也在那边待过相当长的时间，有的人讲些基本课程，有的人在讨论班上讲近代的发展，请人来讲、介绍，效果比较好。

刘：在做研究方面，我看你还是比较特殊，就是你走自己的路。所以在国外讲到多维激波的时候，一想到就是你，每次都邀请你。你这个毅力是很惊人，我想你刚刚提到最主要是你对这东西要有兴趣，要可以欣赏数学的美。可是关于欣赏数学的美的这件事情，你有没有感觉在西方把科学当成是纯粹的好奇来做，这种态度是不是比在我们华人地区要多些，你有这样的感觉吗？因为近代数学是西方来的。

陈：做偏微分方程还是要联系些应用的问题，包括物理、力学等学科中的问题。虽然在国内我在微局部分析方向走得比较前面一点，也写了好几本书，如傅里叶积分算子理论及其应用，仿微分算子引论，拟微分算子偏微分方程的奇性分析等，但我还是始终对与流体力学紧密相关的守恒律方程组理论保持浓厚的兴趣。

刘：美国数学学会曾经想要翻译你的书，后来有没有进行？

陈：他们跟我联系过这件事情，我也跟他们说过有哪些书可以翻译。他们还问我是我自己翻译还是让他们翻译，我跟他们讲如果可以找人翻译最好，不过这件事情后来就不了了之了。

刘：翻译那件事情后来因为中国人自己的翻译也多了，情况改变之下，翻译的小组就解散了。那时候我在那个委员会里面是提议过要翻译你的书。

陈：我刚刚看了你的书架上还有我写的那本偏微分方程的奇性分析的书³²，新加坡的 World Scientific 出版社跟我联系后，我才把这本书一面翻译一面修改又重新出了。

刘：我刚刚打断了你的话头，就是在做偏微分方程的人，你觉得我们应该对应用的源头比较关心？

陈：我觉得现在年轻人做问题，应该能自己提出问题，对问题的重要性以及源头要比较清楚，有个明确方向，在这个基础上再和同行进行交流。但是现在很多人的做法是跟在别人的后面做，看看你在某方面做得满好的我就跟在你后面做。这样做的话，当然跟上去是比较快，但是永远是在人的后面。我想如果真的想要发展科学应该要有独创。独创当然可能不很顺利，但是这个独创的精神是最要紧的。

³² Shuxing Chen, Analysis of Singularities for Partial Differential Equations, World Scientific Publishing Company 于 2010 年 12 月发行。

刘：现在是不是大家论文发表的压力变大？

陈：论文发表这件事，每个人都感到有不同的压力。有的人别人可能觉得他没有什么压力，他自己却是感觉很有压力。

刘：所以压力有时候是自己要来的？

陈：各人想法不一样，有的人自己就觉得压力很大。

刘：你活在同个社会，你就不理这个压力，就不感觉这个压力。

陈：那倒也不一定，每个人的情况不一样。我 81 年到美国普渡大学去了一年，Baouendi³³ 邀请我过去。我到美国没向 Baouendi 学到太多东西，因为他做的东西跟多复变很有关系，我觉得多复变是我的弱项，我了解得太少，我那时候自己估计，就算做这个方向的研究也做不出什么好东西来，所以就多花时间学他的论文。但是我到美国给我最大的收获是思想观念上的收获，因为在中国的时候，总觉得跟着很有威望很有知识的老师，譬如谷先生，只要好好的跟老师学就好。但是在美国的一些年轻人就不是这样的看法。他们认为，那些老师、大人物们当然是很值得尊敬，很值得学习，但是你也走自己的路，自己可以有很多想法，自己想到的东西他们不一定都会想得到，年轻人可以想出大人物想不出来的东西。跟美国的不同的年轻人聊，这种看法很自然。我觉得这点对我的启发影响很大。这虽然没什么具体的内容，但它促使我觉得在学术上要有自己的思考。什么是重要的，该研究什么东西，应当有自己的想法。

刘：不过混合型偏微分方程当然是很难，难的事情有时候就是要时间，因为它的难不见得是技术上的难，很多是观念上的困难，这就要长的时间，但是要让大家都知道这方

³³ M. Salah Baouendi (1937-2011), 美国数学家，主要研究 several complex variable, 偏微分方程与泛函分析。

向必须要努力去关心，现在能做的就是这样一件事情。

陈：我现在一直在强调这件事情。我觉得现在跟当年特里科米提出特里科米型混合型方程时的情况有很大的不一样。偏微分方程的理论基础比那时强多了，特别是关于非线性方程的知识比 20 世纪上半期的时候要强得多，有很多新的方法等等。另外一个问题是，二十世纪上半期双曲跟椭圆那些理论本身还有很多很多问题没做，都值得做，值得往前走的。但现在关于双曲、椭圆型方程的成果已相当丰富、完整，要再往前走的话，很多问题都会与混合型方程有关。关于退化椭圆，退化双曲的研究以前也已做得很多，但是已有的结果与物理力学中的问题常常连不起来，例如我平常碰到一些退化椭圆的问题时去查查现在很多结果，往往用不上去。有些结果本身可以做为论文来写，也是这方面研究的进展，但是你要从合成一个完整系统的成果这点来看，还不够。

刘：需要新的角度，提出新的问题。以前是按照以前的角度把它走到极致了。

陈：现在问题有很多。科学出版社要出一套书叫做“10000 个科学难题³⁴”，2010 年已出了数学、物理、化学卷，共七百多个题目。高维黎曼问题、超音速绕流问题都写在里面。

刘：你这次来谈 Mach configuration 用到俄国人的结果，他们是以纯数学的角度去探讨，你的工作赋予不同的意义，这很美妙。

陈：Lavrentiev³⁵-Bitsadze³⁶ 提出一类混合型方程，他们是把混合型方程做某种模型化，

³⁴ 中国科学技术部、教育部、中国科学院、国家自然科学基金委员会四部门于 2007 年联合开展的“一万个科学难题”征集活动，先行在数学、物理学、化学三个领域征集筛选出的七百四十个难题已结集为丛书《数学卷》、《物理学卷》和《化学卷》出版发行。

³⁵ Mikhail Alekseevich Lavrentyev or Lavrentiev (1900-1980)，俄国数学家以及流体力学家 hydrodynamicist，主要贡献在共形映射以及偏微分方程学，Institute of Hydrodynamics of the Siberian Division of the Russian Academy of Science 创建人之一。

³⁶ Andrei Vasil'evich Bitsadze (1916-1994)，乔治亚数学家，在椭圆型方程的理论有根本的贡献。

简化的处理。后来就有很多俄国人在这方面做，由于没有一个物理背景就越做越细，结果越来越琐碎，做到死胡同里去了。但是如果你有好的背景，会发现这类方程是值得深入研究。

刘：你已经写了那么多本书，现在讲混合型方程，是不是有想法写本书把这方面现在已经有的一些想法以及一些问题结合起来，有这可能吗？

陈：混合型方程已有的结果尚不够完整，还是要有一个比较好的系统的结果以后，才有可能整合。

刘：大家心里关心的方向可以稍微集中一点。

陈：我也是这样的想法。因为我觉得偏微方程里很多问题都可以做，也很有意思，但有的问题在偏微分方程里面的影响比较局限。而对于非线性混合型方程，如果你能做出好的成果，它的影响会扩散到整个偏微分方程，使偏微分方程整个面貌有很大的变化。我现在非常强调这点，当然做起来可能会很难。是不是可以有很好的突破，现在也说不上来。

刘：如果大家把这件事情放在心里比较中间的位置就比较好。有没有突破是要时间的，而且是可遇不可求的，有时候是自己，有时候是别人。这样的话，如果有新的想法，大家也比较高兴，也分得出来甚么是重要，甚么是不重要，这就是大的事情了。以前做 *Equations of Mixed Type* 的那些人的工作，我们现在基本上都已经知道了。更不要谈新的方面，我们把这整件事情并没有认真当一回事。

陈：就是啊！因为我想就是好多人并没有想到这点。希望大家能够看到这点，能有更多的人从这方面去走。尽管你走的是一小步，但这个方向是对的。同样做研究，如果你没有比较明确的方向，走在非重要的方向，虽然也可以走，也可以出文章，但是从整个科学的发展来讲，你的研究成果的影响不一定会很大。要看到这个方向，或是要

大家同意这个方向，可能还是要做些宣传与说服，所以我现在一有机会就说这一点。

刘：今天这个访问我们就把它写在纸上。

陈：上次到斯坦福大学开会报告，有人也建议我写篇文章，就是最近在 *Quarterly of Applied Mathematics* 刚发表的文章，我也写了这个观点。另外，我在申请国家自然科学基金委员会重点基金项目的时候，也特别强调这点。不做混合型方程很大的一个原因是因为比较难，难了就做不动了，文章出不来，日子就不好过了。很多人就是这样跑掉了。

刘：不过混合型有人去做吗？我看连做都没有做。如果是做了做不动还好说，事实上并没有去做。

陈：学生就看老师，老师不做学生也不会想到去做。谷先生倒是以前就做过，他在 65 年的时候就做。

刘：我听过他一些演讲，他到柯朗数学研究所去演讲过。他那时候主要是比较撇开物理背景去做。

陈：我知道他有几个工作与混合型方程有关，一个工作是从一般的边值问题的提法来讲，他发现混合型方程边值问题的提法有相当的任意度，从而得到很广泛类型的边值问题。还有一个就是他想把 Friedrichs 正对称方程组的理论推广到非线性情形，但是这项工作后来没继续做下去。那时候他早就开始注意到混合型方程这一方向，他也很想做这件事情。

刘：关于做混合型的偏微分方程，要能够提出好的问题，我有时候就想要有个边界，因为固体的边界会让流体固定出几种比较稳定且特殊的形态，有边界也比较好做实验，从而我们会有些物理上的图像，然后数学上是不是可以从这边找出些比较可能的问题，

但这都是非常难的。

陈：就线性混合型偏微分方程来讲，一般分成 Tricomi 型，Keldysh 型，Lavrentiev-Bitsadze 型这三种，但是对非线性方程来讲，我想情况更复杂。有的情形退化线是固定的知道的，在另外的情形退化线不知道，必须跟方程的解同时得到。有的情形可以先得到双曲区域中的解，再把整个问题解出来，有的却是必须在双曲、椭圆区域一起混合求解的。还有刚才你讲到边界条件怎么影响解的整体决定，边界条件提法的合理性等，各种情况很复杂。这里面问题很多，抓牢些很有物理背景的问题，把它做为重点突破的对象，可能是研究它的一个办法。

刘：我们做研究，就怕没有问题。你说问题很多是个好事。

陈：问题很多啊！有些学生问我说要做些什么问题。我说：问题太多了，我可以马上跟你说很多问题。可是当你理解了这个问题以后，你不要说“我没有办法”、“我不知道怎么做”，如果是那样的话，不就白讲了？如果讲了以后，你对这个问题有兴趣，就专注地去做，那么讲这个问题就有效果。

刘：有问题，便需要理解，年轻人就有新的路可以走了。我们就在这句很乐观的话上打住，以后再继续聊，谢谢你。

注：本文访问者刘太平任职中国台湾中央研究院数学研究所，整理者陈丽伍为中国台湾中央研究院数学所助理。本文在原稿基础上略加修改。

文章来源：《数学传播》35 卷 1 期，3-14 页，2011 年