

大师的数学启蒙书

林开亮

我的眼界第一次被拉乌 (A. E. Love) 教授打开了, ……。但我更要感谢他这位应用数学家的是, 他建议我阅读约当 (C. Jordan) 著名的《分析教程》; 我永远都不会忘记阅读这本了不起的著作时所产生的惊喜, 对我们那个时代的许多数学家来说, 这是第一个启迪, 而且, 在阅读那本书时我第一次体会到了数学的真正意义。从那以后, 我就怀有彻底的抱负和对数学的真正激情, 以我自己的方式成为真正的数学家了。

哈代 (G. H. Hardy), 《一个数学家的辩白》(*A Mathematician's Apology*)¹

我从来不多读太多的数学文献。多数时候我看文献是想知道其他人都干了什么, 看看我能理解些什么, 然后按我的方式去构建它。我没有读过几本数学书, 但我读过的书都对我起了很大作用。我关注文章胜过教科书。但有一本书对我来说意义非凡, 就是赫克 (Erich Hecke) 的《代数数论》(*Algebraische Zahlentheorie*)², 我从这本书中学到了很多东西。它是一件珍品。……就代数数论而言, 有很多书我都试着去读, 但没有一本符合我看待事情的方式。我发现赫克的书很容易理解, 例如他引入和讨论理想这一概念的方式。外尔 (Hermann Weyl) 写过一部篇幅很短的代数数论的书, 朗道 (E. Landau) 也写过一本同样主题的书。可是, 我没有从他们的书中找到舒服的感觉。我喜欢赫克看待事物的方式, 他用这种方式干得相当好……

塞尔伯格 (A. Selberg)³

最近, 有位高人给笔者推荐了台湾大学物理系教授高涌泉先生的文章《启蒙书》⁴, 该文讲述了英国物理学家金斯 (James Jeans) 的科普书《神秘的宇宙》(*The Mysterious Universe*) 对杨振宁的启蒙作用, 让笔者联想到其他科学大师曾经遇到的数学启蒙书。兹就笔者所了解的情况与读者分享这些已成为历史的小秘密。

杨振宁 (1922-)

我们仍然从杨振宁先生说起, 他是当代最有成就的理论物理学家之一, 从某方面来说, 他的物理成就与他深厚的数学功底密不可分, 这也许是大家并不太了解的。杨振宁先生的数学才能一方面是受之于他的数学家父亲杨武之, 另一方面则是得益于他所接受的很好的数学启蒙。例如, 英国数学家哈代的《纯

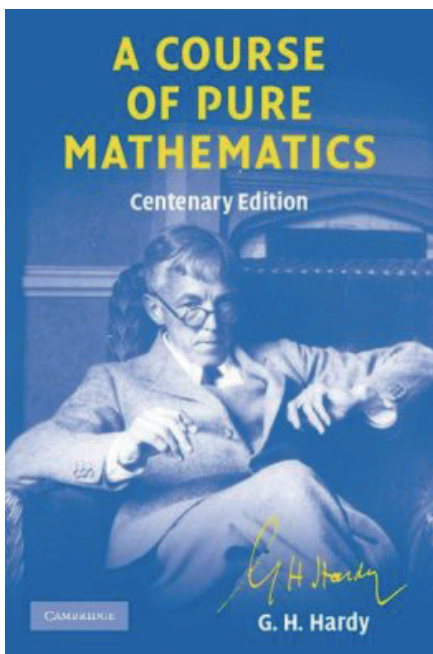
数学教程》(*A Course of Pure Mathematics*) 就曾给年少的杨振宁以很深的印象。2004年5月12日, 杨先

¹ 有两个中译本: 王希勇译, 商务印书馆, 2007年; 也被收入李文林、戴宗铎、高嵘编译的哈代的非专业论文集《一个数学家的辩白》, 大连理工大学出版社, 2009年。

² 有英译本, *Lectures on the Theory of Algebraic Numbers*, GTM丛书第77号; 有根据英译本的中译本, 《代数数理论讲义》, 王元译, 科学出版社, 2005年。王元先生在译后记中也对该书赞誉有加。

³ N. A. Baas, C. F. Skau, The lord of the numbers, Atle Selberg. On his life and mathematics. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 45(2008), No. 4: 617-649. 中译文, 数的主人 Atle Selberg 的生活与数学, 冯绪宁译, 《数学译林》, 第28卷(2009年)第4期和第29卷(2010年)第1期。

⁴ 高涌泉, 启蒙书, 《科学人》, 2013年4月, 第26页。



哈代的《纯数学教程》

生在清华大学中文系的无题漫谈⁵中讲到：

同学们要我举出对我影响最深的书，一本英文的，一本中文的。这个问题很难回答，因为世界上书太多了。不过我想可以换一个说法，推荐几本有意思的书。先讲数学。我在大学一年级的時候，我父亲从图书馆借来一本《纯数学教程》，这是英国的一个大数学家在二十世纪初写的。我看了这本《纯数学教程》之后大开眼界，什么缘故呢？因为世界上所有的数学在开始的时候都是教小孩子像1, 2, 3, 4、小数点、分数这样出来的，但是，对整个逻辑系统没有注意。这本书整个方法是从逻辑的系统开始的，这使得当时十六岁的我忽然了解到，数学的结构原来还可以有另外一种

看法，这对我是一个很大的启发。这本书很有名，相当于大学一二年级数学的程度，可是它吸取了近代数学的精神，对任何一个对数学有兴趣的同学我都推荐。

《纯数学教程》自1908年问世以来，在1914-1952年不到四十年的时间里重版九次，仅第九版就三次重印，而1952年的第十版先后重印七次。2008年，剑桥大学出版社推出了该书的一百周年纪念版，特别邀请剑桥大学的数学教授柯勒（T. W. Körner）写了前言。值得一提的是，自1937年第七版开始，哈代在书中收入了剑桥大学学士荣誉学位考试（Mathematical Tripos）的考题作为练习，对正文提供了极丰富的补充。我们借用柯勒的话来向读者推荐《纯数学教程》：

了解哈代⁶就是了解一位对于自身能力有充分认识数学家，同时他把你作为一个自然的平等对象。希望这本书能带给你它曾经带给我那般的愉悦。

《纯数学教程》第一章讲的是实数的基本理论，这大概就是令杨振宁年少时最为震惊的一章，对一个习惯了轻松阅读的现代高中生来说，也许会感到枯燥无聊，我们用另一个中学生的小故事来鼓励读者。他就是后来成为了一代数学大师的挪威数学家塞尔伯格，刚好这里有一张塞尔伯格与杨振宁的合照。



塞尔伯格和杨振宁

⁵ 杨振宁，无题漫谈——2004年5月12日在清华大学中文系的讲演，《清华大学学报》，第19卷（2004年）第4期。

⁶ 关于哈代，斯诺（C. P. Snow）曾写过一篇极好的文章，有中译文，见哈代《一个数学家的辩白》前言；此外也可从卡尼格尔（Robert Kanigel）所著《知无涯者：拉马努金传》（有中译本，胡乐士、齐民友译，上海世纪出版集团，2008年）第四章得一了解。

⁷ A. Selberg, Reflections around the Ramanujan centenary. Resonance, 1996,1(12): 81-91. 有中译文，Ramanujan 百周年诞辰之际的反思，冯绪宁译，《数学译林》第9卷（1990年）。

塞尔伯格（Atle Selberg, 1917-2007）

1987年，印度天才数学家拉马努金（Srinivasa Ramanujan, 1887-1920）诞辰一百周年，数论专家塞尔伯格应邀在纪念活动上做了讲话⁷，回忆起拉马努金的著作对他的影响：

拉马努金的著作对于我成为一个数学家起了十分重要的作用。我第一次见到他的名字是在1934年。

那时，我见到刊登在《挪威数学会期刊》上的一篇文章。我父亲订阅这种期刊。文章的名字（从挪威文翻译过来）是“印度人斯里尼瓦萨·拉马努金——一个非凡的数学天才”。但是我要补充说明一句，在挪威语与英语之间是不存在一一对应的。此处被我译成“非凡的”那个挪威词的原意是“不寻常而且有点奇怪的”。文章是奥斯陆大学的一位数学教授写的，他的名字叫斯托摩（Carl Störmer）。他年轻时就对数论开始感兴趣，后来转而研究北极光的数学领域，而且在该领域颇有声望，但仍然保持了对（纯）数学的爱好。

那篇文章主要选材于1927年剑桥大学出版社出版的《拉马努金论文集》（*Collected Papers of Srinivasa Ramanujan*）中的一篇传记⁸。文中概述了拉马努金的一生，并且引证了他相当多的结果和例子。在我看来，那都是极为神奇、美妙而惊人的公式。如果我没记错的话，那篇文章大约有十五页到二十页的光景。然而，它却在我脑海中留下了深刻而持久的印象，对我有极大的魔力。

当时，我还是一个中学生，已经自修了几年数学，不过毫无系统性，也没什么计划。所读的书是从我父亲的图书馆中找到的。以私人藏书而言，这个图书馆是够大的。

这里我要说几句题外话，因为这反映出机遇在人的一生中起着何等重要——是难以估量——的作用。我大约在十三岁开始读数学。当时，我偶然打开一本书，就看见了关于 $\pi/4$ 的莱布尼兹公式（Leibniz's formula）：

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \dots$$

它由奇数的倒数加正负号交错变化构成。在此之前，学校课堂上的数学一直令我乏味，但是这个式子看起来不仅奇怪而且漂亮，因此我下决心要读一读这本书，以便知道这个式子是怎样得到的。

现在回想起来，很令人吃惊的是，我居然读完了这本书；考虑到这本书的开篇是讨论实数的概念以及戴德金分割（Dedekind cuts）的很长的一章，这实在不是一个吸引人的开头。

⁸ 当指哈代为拉马努金写的讣告，有中译文，《印度数学家拉马努金》，收入李文林、戴宗铎、高嵘编译的哈代的非专业论文集《一个数学家的辩白》，大连理工大学出版社，2009年。

⁹ 徐利治，回忆我的老师华罗庚先生——纪念华老诞辰90周年，《数学通报》，2000。

无论如何，在我读到关于拉马努金的文章之前，我就已经决定投身于数学，但究竟是搞哪一类数学还不清楚。我觉得那时我想得最多的是搞解析函数的一般理论，是像奈望林奈理论（Nevanlinna's theory）那样的东西。这在当时是非常前沿的课题，而且我的大哥已经开始做这方面的研究了。他是大学里的研究员。我的另一个哥哥，已经在数学系读了几年书，他也读了关于拉马努金的这篇文章，所以从大学图书馆借了《拉马努金论文集》，假期时他把这本书带回家。

于是，我就有了一个机会，用几周的时间浏览了全书。这简直像是在发现新大陆；一个新的世界展现在我面前。我要说，与我此前所读的书完全不同，这本书极大地唤起了我的想象力。而且，坦率地说，直到现在我仍然感到非常激动，那时感受到的神秘气氛至今犹存。正是这本书给予我自发研究数学的动力。我开始独自在通常称之为 q -级数和与之相关的恒等式方面进行探究。

华罗庚（1910—1985）

华罗庚是自学成才的大数学家，据他的传记作者王元与杨德庄讲，他初中毕业后在家自学，“所能见到的数学书籍只有一本《大代数》，一本《解析几何》，以及一本约50页的《微积分》。此外还有两本与数学有点关系的杂志《科学》与《学艺》。”这些书也许就是华先生的启蒙读物吧，但这些书对华先生的影响应该仅仅停留在起步阶段，其水准也许都不及目前高中数学教学大纲的要求。对于职业数学家的成长而言，更重要的一类启蒙书是那些激发了其研究而不仅仅是学习兴趣的著作。由于品味与风格各异，每个数学家遇到的研究启蒙读物也各不相同。塞尔伯格告诉我们，开启了他的数学研究之路的是拉马努金的数学论文集，那么，真正启迪了华先生刻苦钻研数学的又是哪些书呢？对此，他的弟子徐利治⁹曾有记载：

华先生很重视做学问需要有“看家本领”。所谓看家本领指的是做科研时必不可少的最基本而有用的本事。据他所说，他的扎实的看家本领主要来源于三部经典著作。一是克里斯托尔（G. Chrystal）的两卷《代数学》，二是朗道的三大卷《数论教程》，三是特恩波尔（W. H. Turnbull）与艾德肯（A. C. Aitken）合著的《矩阵标准型理论导引》他说，《代数学》使他学会了计算技巧，《数论教程》使他获得了从事数学研究的分析功底，而《矩阵标准型理论导引》虽是一本

薄薄的书，却是帮助他后来完成矩阵几何和复分析丰硕研究成果的基本工具。

也许可以说，华先生进入近代数学之门主要是靠这三本书的引导。对于这三本书的作者，我们简单了解一下。克里斯托尔是英国人，是十九世纪的大物理学家麦克斯韦（J. C. Maxwell）的学生，而他本人的一个得意门生则是二十世纪抽象代数的先驱之一韦德布恩（J. H. M. Wedderburn）。朗道是德国数学家，他的书写得非常浓缩，几乎全是欧几里得风格的“定义—定理—证明”的模式。特恩波尔与艾德肯都是英国人，特恩波尔有一个名叫威廉森（J. Williamson）的学生，对矩阵论贡献很大；艾德肯是统计学家，《矩阵标准型理论导引》也曾被许宝騄用作矩阵论教材。

此外，还有一本书对华罗庚影响深远，这就是外尔的《典型群》（*The Classical Groups*），这一点是他的学生冯克勤¹⁰透露的：

华罗庚在讨论班和日常谈话中有许多观点是大家熟知的，例如他把“班门弄斧”反其道而行之，主张“弄斧一定到班门”，即研究工作一定要与大师交手，才会有所提高。他主张读书要“从薄变厚，再从厚变薄”，并举例说他花了两年的功夫念外尔的《典型群》，终于懂了其中的精髓。我们在他的著作《多复变数函数论中的典型域的调和分析》中看到他是如何把群表示加以消化，用自己独特的矩阵技巧表达出来。

陈省身（1911—2004）

比起华罗庚来，陈省身所接受的教育要正规得多。据他在《数学陶冶我一生》¹¹中讲，他1923-1926年在天津扶轮中学的四年高中的数学课程有：第一年，算术，使用中文课本；第二年，代数，使用霍尔（Hall）与奈特（Knight）的课本；第三年，几何，使用文特沃思（Wentworth）与史密斯（Smith）的课本；第四年，三角学和高等代数，分别使用文特沃思与史密斯及霍尔与奈特的课本。陈先生特别提到了霍尔与奈特的《高

等代数》（*Higher Algebra*）¹²：

我的老师都很有能力，又极富有奉献精神，我做了大量习题。到第四年，我已能做霍尔与奈特《高等代数》书中引用的剑桥大学荣誉学位考试的许多题目。

在其他场合，陈先生提到了该书对他的影响⁹：

陈省身先生跟人讲过，他搞几何之所以会比美国的几何学家高明一点，就是与他年轻时学过霍尔与奈特合著的《高等代数》有关系。而美国的不少几何学家青少年时代都没有受过计算技巧方面很好的训练。

在南开大学时代（1926-1930），陈省身在姜立夫教授的指引下读了一些几何著作，例如库里奇（Coolidge）的《非欧几何学》与《圆与球的几何学》，萨蒙（Salmon）的《圆锥曲线》与《立体解析几何》，以及卡斯泰尔诺沃（Castelnuovo）的《解析几何与射影几何》等。尤其使他着迷的是奥托·施陶德（Otto Staude）的二卷本著作《线构造》。

此外，陈省身还读了（至少是浏览了）一些大数学家的论文集，他在为英国数学家阿蒂亚（M. F. Atiyah）的论文集的中国影印版所作的序言中写道：

我将建议我的中国同行和学生将这部论文集视为一套高级的“课本”。不论一个新的论述如何细化或改进，关于某个课题的原始文章通常更直接而切中要害。我年少时，曾从阅读庞加莱、希尔伯特、克莱因、胡尔维兹（Adolf Hurwitz）等名家的作品的建议中受益，后来我更加深入地阅读了布拉施克（Wilhelm Blaschke）、埃利·嘉当（Élie Cartan）和霍普夫（Heinz Hopf）的论文。这也与中国的传统相通：古人被要求熟读孔门经典、韩愈的散文与杜甫的诗。我真诚地希望，这些论文集不是被束之高阁，而是在年轻的数学家手中被翻烂。

庞加莱、希尔伯特、克莱因自不必说了，他们是十九世纪下半叶数学界的领袖。至于胡尔维兹，声名也许不及前三位那么显赫，但他的工作是极其优美的，就连被誉为“数学界的莫扎特”的塞尔（J. P. Serre）都为之击节。特别要提到的是后三位：布拉施克、埃利·嘉当和霍普夫。1931年，陈省身成为清华大学的研究生，师从孙光远先生。1932年，德国几何学家布拉施克应邀来北大开设“微分几何中的拓扑问题”的系列讲座，这使陈省身眼界大开，他在《数学陶冶我一生》一文中曾写道：

¹⁰ 冯克勤，我怎样走向学习代数数论之路，收入张继平主编《新世纪代数学》，北京大学出版社，2002年。

¹¹ 陈省身，My Mathematical Education. 有中译文，数学陶冶我一生，《数学译林》1993年第2期。

¹² 有中译本，《Hall-Knight大代数》，席小云译，北京：科学普及出版社，1983-1985年。

在我的研究生学业临近结束时，即 1934 年左右，我开始认识到整体微分几何（当时称为大范围微分几何）的重要性。我的主要灵感来自布拉施克的关于微分几何的那些著作。

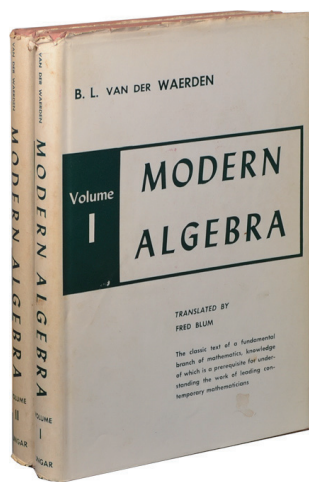
布拉施克关于微分几何的那些著作为什么特别吸引陈省身，以至于他后来竟去了德国汉堡（既不是英国或美国，也不是作为数学麦加的哥廷根）追随布拉施克念博士呢？2004 年 9 月 3 日，陈先生在事隔 70 年之后回到清华母校所作的公开演讲《我的数学经历》¹³ 中透漏了原因：

……高斯 - 博内公式 (Gauss-Bonnet formula)，我发现这是曲面论最要紧的一个公式，可是一般的微分几何书都不讲。原因很简单，因为对这个公式的真正讨论需要一点拓扑的观点。大概大家觉得微分几何这个程度的人在拓扑方面会有困难，所以所有的书都不讲这个高斯 - 博内公式。我也看了许多别的书，唯一的一本讲到高斯 - 博内公式的，就是布拉施克的一本书，虽然是德文（当时我已经能看一点德文），它有一整章讨论这个公式。

1934 年陈省身赴汉堡师从布拉施克，1936 年博士毕业之后去法国巴黎追随埃利·嘉当做博士后。至于嘉当对陈省身的影响（只要想一想，埃利·嘉当的论文陈省身读了十之七八）则几乎是众人皆知的了，恰如韦伊 (A. Weil) 所说：“在微分几何领域，我相信将来的史学家一定会将陈省身看作是埃利·嘉当当之无愧的继承人。”根据笔者了解的情况，霍普夫对陈省身的影响至少有两点：第一，他从霍普夫那里了解到，将二维的高斯 - 博内公式推广到高维是“微分几何最重要和最困难的问题”；第二，据比利时数学家吕埃尔 (D. Ruelle)¹⁴ 透露，陈省身曾跟他提起，当他早年念到霍普夫关于球丛的工作时，他感觉到置身于当时数学的前沿；他也能够开展原创性工作了。

周炜良 (1911-1995)

周炜良 1911 年出生于前清一个贵族家庭，自小在家中接受教育，他在中国从没有进过学校。五岁时由一个老先生教他标准的中国典籍，十一岁时开始学习读写英文。他发现能读懂英文的一个好处是，可以接触到几乎任何想学习的知识，他找来美国一些课程的常用课本，在十三岁到十五岁之间，自学了数学、



《近世代数》

物理、化学、历史、经济等各部门课程。周炜良最终说服父亲送他到美国念书。周炜良 1929 年进入芝加哥大学，最初攻读经济学，后来改念物理。1930 年当他大学毕业（一年就毕业了！）时，偶然读到了哈代的《纯数学教程》一书，这本书为他敞开了通向数学的大门。1932 年暑假，周炜良在芝加哥大学修过一门近世代数，用的是范德瓦尔登当时新出的教材《近世代数》，那本书的优雅简明风格给他留下来深刻的印象。1932 年 10 月，周炜良来到数学圣地哥廷根，原本打算追随外尔学习数学，结果 1933 年初纳粹掌控了哥廷根，外尔和其他犹太裔教授如柯朗 (R. Courant) 与诺特 (E. Noether) 纷纷离开了哥廷根，这个令他向往的数学中心顷刻变得徒有虚名。当周炜良得知范德瓦尔登在莱比锡大学时，他就慕名去了那里。结果，范德瓦尔登将他引到了代数几何领域，周炜良最终也成为了范德瓦尔登最得意的门生。周炜良曾这样回忆恩师¹⁵：

范德瓦尔登具有用相当简单的言语解释很复杂的数学理论的非凡能力，这使我感到只要愿意学习，在数学上缺乏某些重要学科的知识并不重要。这是我人

¹³ 陈省身，我的数学经历，《数学译林》2004 年第 4 期。

¹⁴ D. Ruelle, *The Mathematician's Brain*, Princeton University Press, 2007. 中译本《数学家的大脑》将由上海世纪出版集团出版。

¹⁵ 周炜良, *Shiing-Shen Chern as Friend and Mathematician*. 有中译文，一份永久的感激之情，胡滨译，收入《纪念陈省身先生文集》，浙江大学出版社，2005 年。

生中第一次开始感到，我学习数学的选择是正确的。

范德瓦尔登的《近世代数》是基于阿廷 (E. Artin) 和诺特的讲义，其影响是众所周知的，例如法国的布尔巴基学派出版的著作就以之为典范。在西南联大时，华罗庚曾参考此书讲授抽象代数。后来被国人翻译为中文。当代数论大家泰特 (John Tate) 在为相册《数学家》写的自述中也特别提到了范德瓦尔登的《近世代数》对他的影响¹⁶。

怀尔斯 (Andrew Wiles, 1953-)

现居普林斯顿的英国数学家怀尔斯以证明悬疑 358 年之久的费马大定理而名噪一时。引领他入数论之门的书中有一本是哈代与赖特 (E. M. Wright) 合著的《数论导引》。与《纯数学教程》一样，该书自 1938 年出版以后也多次重版。2008 年，牛津大学出版社出版了经希斯-布朗 (D. R. Heath-Brown) 与希尔弗曼 (J. H. Silverman) 修订的第六版 (添加了一章椭圆曲线的内容)。怀尔斯应邀作序，回忆起该书当年对他的启蒙¹⁷：

我非常幸运地受教于一位研究过数论的中学数学老师。在他的建议下，我搞到一本绝妙的书——哈代与赖特合著的第四版《数论导引》。这本书与达文波特 (Harold Davenport) 的《高等算术》一起，成为引导我进入这一领域的至爱书籍。通过搜索这部《数论导引》来寻找有关费马大定理的线索，我第一次领略到数论真正的广博无限。

柯勒在哈代的《纯数学教程》的百周年纪念版前言中曾特别提到了《数论导引》：

¹⁶ M. Cook, *Mathematicians—An Outer View of the Innerworld*, Princeton University Press, 2009. 中译本将由上海世纪出版集团出版，关于该书的一个介绍见《数学文化》第 4 卷 (2013 年) 第 4 期，87-99。

¹⁷ 也许我们还应该提及怀尔斯早年所读到的一本数学科普书，即贝尔 (E. T. Bell) 的《最后的问题》 (*The Last Problem*)，他从那本书里第一次知道了费马大定理，多年以后他曾回忆起那一刻他的感受：它看上去如此简单，但历史上所有的大数学家都未能解决它。这里正摆着我——一个十岁的孩子——就能理解的问题，从那个时刻起，我就知道我永远不会放弃它。我必须解决它。

¹⁸ 有中译本，越民义译，人民邮电出版社，2008 年。

哈代还写出了其它一些经典著作，有的是与他人合作完成的。其中最著名的大概就是他与李特尔伍德 (J. E. Littlewood) 和波利亚 (G. Pólya) 合著的《不等式》 (*Inequalities*)¹⁸。在这部书里，三位作者如同魔术师一般，对不等式这一处于分析的中心地位但似乎无法组织的主题提供了一种有条理的见解。

哈代的《一个数学家的辩白》既是一本优秀的数学著作，也是一本出色的文学作品，作为一位纯粹数学家对其一生的反思，它至今仍是无与伦比的。它也是知识分子在遭受严重威胁的那个时代对于理性和自由生活的辩护书。

然而，依我之见，他最引人入胜的著作还是 (与赖特合作的)《数论导引》。如果我只能选择一本书带到一个荒岛上去，要是我还有获救返回的希望，我会选择齐格蒙德 (A. Zygmund) 的《三角级数》 (*Trigonometric Series*)；要是我知道余生只能在孤岛上度过，我会选择哈代和赖特的《数论导引》。

柯勒的话让我们想起《数论导引》的中文版译者张明尧教授的一段译者序言：

希望这本书中文版的出版能够对中国未来年轻的数论爱好者有相当的帮助和教益。译者中的一位长者——一个在差不多四十年前黑暗的“文化大革命”时期生活在充满阶级斗争氛围中、看不到前途和光明、由于无法实现自己的人生价值而痛苦挣扎的青年，正是靠着这本著作和其它数学著作的指引，才找到了思想的乐趣，摆脱了人生的苦恼，最终走上了学习和研究数论的人生旅程。

戴森 (Freeman Dyson, 1923-)

现居普林斯顿的数学物理学家戴森在年少时也下功夫读了哈代和赖特的《数论导引》，他尝试证明书上的每一个定理。要知道全书共 400 多个定理，而戴森当时还只有 14 岁！这本书激发了戴森对数论的兴趣，并将他引向拉马努金关于划分的工作。戴森后来虽然从英国移民到美国，从数学转向了物理，并成为了普林斯顿高等研究院的终身教授，但他一直保持着对数论的兴趣，例如，2012 年，将近九十岁高龄的戴森还发表了一篇题为“划分与巨正则系综”的论文。这不禁让我们想起两千多年以前的大诗人屈原在《涉江》里的一句话：“余幼好此奇服兮，年既老而不衰。”

不过，正如最初引发了十岁的怀尔斯攻克费马大定理梦想的是贝尔的《最后的问题》，最初激发了年少

的戴森的数学家抱负的也是贝尔的一本科普书：《数学精英》（*Men of Mathematics*）¹⁹。戴森曾回忆道²⁰：

十四岁时我读了贝尔的《数学精英》。该书收录了许多伟大数学家的传奇故事。贝尔是加州理工学院的教授，同时也是一位很有天赋的作家。他富有权威地向读者介绍了数学界的精英。他懂得如何去打动情感敏感的青少年的心弦。贝尔的书造就了整整一代年轻的数学家。尽管书中许多细节与事实不符，但主要情节是真实的。他笔下的数学家是有血有肉的人，他们也会做错事，也有缺点。数学俨然成了各种各样的人都可涉足的魔法王国。该书传递给年轻读者的信息是：“如果他们能做到，为什么你不能呢？”

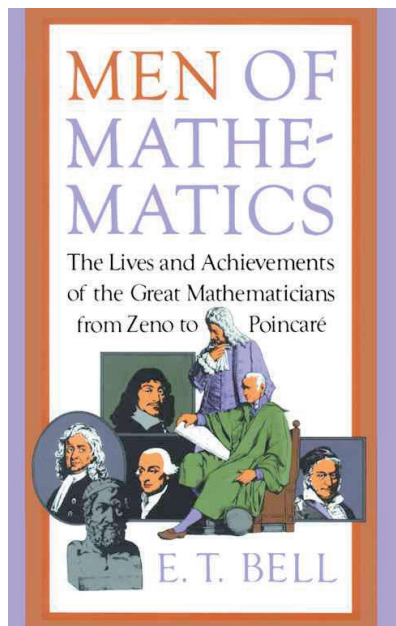
但应该指出（见²⁰），引导戴森走上科学研究与写作之路的首要作品是哈代的《数论导引》和《一个数学家的辩白》。戴森本人亦有一本优美的自传问世：《宇宙波澜》（*Disturbing the Universe*）。²¹

插图：贝尔与《数学精英》

贝尔的《数学精英》值得各位读者特别关注，打一个不恰当的比喻，它在数学史上的地位，有似于司马迁的《史记》在中国历史中的地位。《数学精英》以人物为主线，描写了古往今来的三四十位大数学家，例如阿基米德、牛顿、高斯、黎曼、庞加莱等。回想起司马迁写《史记》，编排十二本纪、三十世家、七十列传，也是以人物为灵魂。倘若贝尔当年能够通过他在加州理工学院的博士生周培源了解到《史记》，他一定会将太史公奉为鼻祖。虽然贝尔并没有按等级将数学家按“本纪”、“世家”、“列传”明确分级，但他在书中表达了对三位数学家的最高评价：

在后期希腊人和中世纪的阿拉伯人中，阿基米德似乎赢得了如同十七、十八世纪牛顿和十九、二十世纪高斯在他们的同代人和追随者中所赢得的同样的敬畏和尊崇。

阿基米德、牛顿、高斯这三个人，在古往今来的所有大数学家中自成一个等级。也许这就是数学史中可以载入“本纪”的三个人吧！从这本书你可以了解到，有各种各样的数学家，例如作为“几何学中的哥白尼”的罗巴切夫斯基、“天才与贫穷”的阿贝尔、“天才与愚蠢”的伽罗瓦、具有“真诚的心灵”的黎曼。还有些篇目则是用对照的写法同时写两个数学家，例如享有“不变量的孪生兄弟”之称的凯莱（Cayley）



《数学精英》

与西尔维斯特（Sylvester）；“大师与弟子”则用以叙述历史上最传奇的一对师徒：德国数学家魏尔斯特拉斯（Weierstrass）和他的俄国女弟子科瓦列夫斯卡娅（Kovalevskaya）²²。注意到在《史记》中也有许多篇目（如“廉颇蔺相如列传”）采用了这种对照的写法。

¹⁹ 有两个中译本：《数学精英》（在2004年上海科技教育出版社的再版中更名为《数学大师》），徐源译，北京，商务印书馆，1991年；井竹君等译，台北，九章出版社，1998年。贝尔的《数学精英》颇具影响，在众多受益的读者当中，不乏一些卓有成就者，如杨振宁、黄昆、《美丽心灵》的主人公原型纳什（J. Nash）、与人合作解决了希尔伯特第十问题的女数学家朱莉娅·罗宾逊（Julia Robinson）、泰特等等。

²⁰ 林开亮，弗里曼·戴森：科学家与作家的一生，《科学文化评论》，第10卷（2013年）第3期，82-101。

²¹ 有两个中译本：陈式苏等译，上海科学技术文献出版社，1982年；邱显正译，北京，三联书店，1998年。数学家芒福德（David Mumford）在一次访谈中提到，他所读过的最好的三本书依次是：弗洛伊德（S. Freud）的《梦的解析》、戴森的《宇宙波澜》、哈代与赖特的《数论导引》。

²² 据阿诺德（V. I. Arnold）的说法：科瓦列夫斯卡娅虽然是魏尔斯特拉斯的嫡传弟子，但她的主要成就不是证明、而是推翻老师的观点。魏尔斯特拉斯希望她证明，围绕一固定点旋转的问题中不存在新的首次积分，而科瓦列夫斯卡娅尝试证明这一假定未果，在对其原因进行分析后，她找到了这些积分。

此外，也有人说《史记》的文学价值（“无韵之离骚”）盖过了其史学价值（“史家之绝唱”），这个评论对《数学精英》也许亦然。在《数学精英》的诸多读者中，最浪漫的一位要属贝尔在加州理工学院的数学家同事博嫩布鲁斯特（H. F. Bohnenblust），他与爱妻（非数学家）度蜜月时曾为她朗读其中的篇章。

贝尔的《数学精英》开创了数学史写作的新方式，很多人开始仿效贝尔的风格写数学史，其中卓有成就的是瑞德（Constance Reid），她是朱莉娅·罗宾逊的胞妹（恰如杨振宁年少时曾给弟弟妹妹读《数学精英》一样，朱莉娅也曾给妹妹瑞德读同一本书），以四本数学家传记著作（前三本皆有中译本）而闻名：《希尔伯特》、《库朗：一位数学家的双城记》、《奈曼》、《朱莉娅——遨游数学的一生》。瑞德还追踪摄影访问贝尔的后人和同事，写了一本《追寻贝尔》，对身兼数学家与诗人双重身份的贝尔感兴趣的读者可参考此书。考虑到贝尔的诗人身份（John Taine 是他的笔名），可以猜出，他也许对魏尔斯特拉斯情有独钟，因为他在“大师与弟子”的结尾特别引用了魏尔斯特拉斯的话来为追求完美的数学家作辩解：

那么，与我们同为人类的数学家为什么要一味学究式地苛求精确，不近人情地追求完美呢？正如魏尔斯特拉斯所言：“的确，一个没有几分诗人才气的数学家决不会成为一个完整的数学家”。这就是答案：恰恰是因为数学家追求诗一样的完美，所以他才永远不能臻至绝对完美。

结语

本文主要是介绍一些大数学家、科学家的数学启蒙读物，它山之石可以攻玉，也许年轻人可以借鉴。当然，每个作者有他独有的风格，每个读者也自有他天生的品味，唯有当这两者“性相近”时才能引起读者的共鸣，让读者吸收相当的能量从基态（也可以称为惰性态）跃迁到激发态。当笔者念大一时，老师提起过的唯一印象深刻的课外书是吉米多维奇（B. P. Demidovich）的《数学分析习题集》，翻开那本书，我只想闭上眼睛。幸而图书馆里收藏有许多其它风格的书——这里要特别推荐的是柯朗与罗宾（H. Robbins）合著的《数学是

什么》²³、拉德梅彻（Hans Rademacher）与托普利兹（Otto Topelitz）合著的《数学欣赏》以及波利亚的《怎样解题》、《数学与猜想》、《数学的发现》等中译本——是愿意去读的，不然今天我不至于还在继续学习数学。也许，我们在中学的图书馆就有必要展示给学生各种各样的有趣的数学书，正如塞尔伯格在印度科学院院刊《共鸣》（Resonance）发表的文章中所热切呼吁的⁷：

还有一件事情我想也很重要，即中学数学的状况如何。我曾经跟很多已经成名的数学家谈论起他们在中学所学的数学。他们中的大多数并未从中得到特别的鼓舞，而是自学自己偶然碰到的、或者以某种方式得到的课外读物。我本人就是一例。我认为，对中学数学的内容一定要重新斟酌，应该增加一些涉及如何发现并且激动人心的内容。我发现，在中学里，数学教学赶不上其它科学的教学，后者通常能很好地完成教学任务并给学生以从事发现的兴奋之感。除了中学的教学之外，我认为要培养出未来的拉马努金，很重要的一件事情是，公共图书馆应当藏有相当数量的数学书籍，以便鼓舞那些希望在学校课程之外发现一些新东西的人，使他们产生兴趣。这是为了更容易地培养未来的拉马努金所能做的一件重要的事情。

拉马努金的传奇固然不可复制，但我们应该尽可能地提供一些机会，让青少年接触到各种风格的有趣的数学书，让他们在较早的阶段获得启蒙。念书时如果能有幸经历像哈代读若当的《分析教程》那样的感受，也许就算是上路了吧！

致谢：感谢杨振宁先生为作者提供了他与塞尔伯格2006年于普林斯顿高等研究所公共休息室的合影。感谢德国比勒费尔德大学数学系的欧阳顺湘老师，与他的交流让我获益匪浅，事实上，他的文章启发了作者筹划本文。重庆大学数学院邵红亮老师、中央民族大学数学系王兢老师、清华大学数学科学中心的张超博士后、首都师范大学数学院赵洁博士对初稿提出了诸多建议，特表感谢！

作者简介：林开亮，首都师范大学数学博士，西北农林科技大学理学院教师。

²³ 关于该书的一个介绍，见欧阳顺湘，最美的数学就如文学——普及经典《数学是什么》的故事与推介，《数学文化》第3卷（2012年）第3期，49-65。