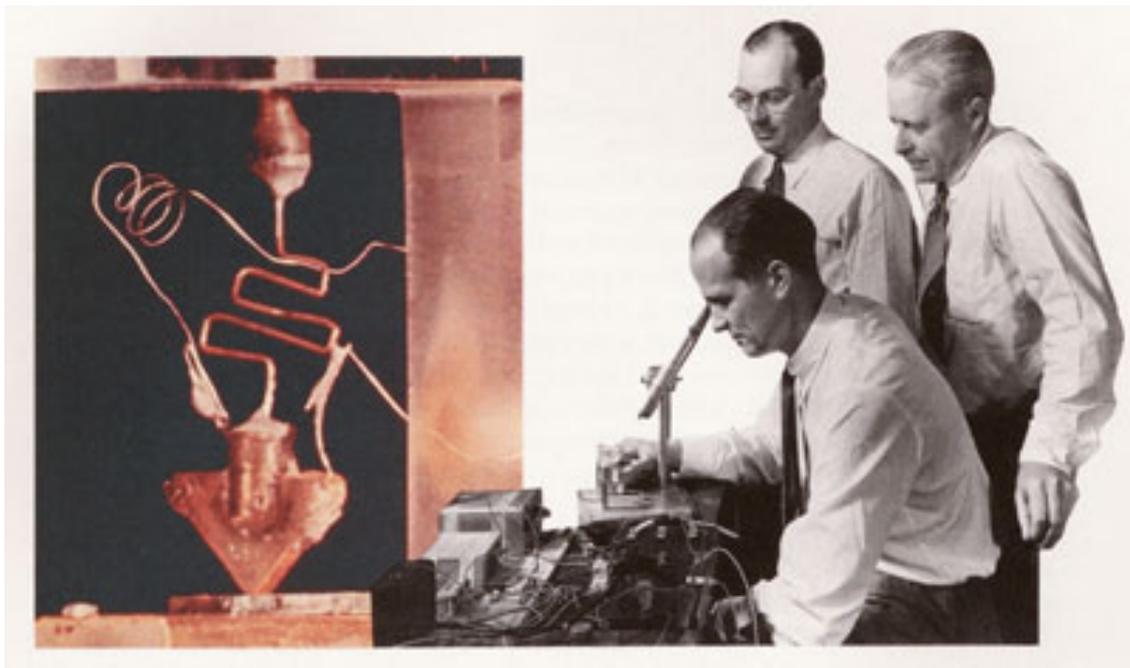


微博上的数学漫游 (连载四)

歌之忆 <http://weibo.com/wildmath>

柏拉图式的数学赋予我们以美的眼光去解读日月星辰，释疑声光电化。但真正的数学却并不耽于美、并不满足于只做自然的倾听者。正是那些看上去远离人间烟火、最具抽象华美质感的数学，创造出了今天的信息社会，构建出现代文明的技术基础。汲天地之精华而有了数学，取数学之精华成就了今天的技术世界。

信息时代的数学前奏



发明晶体管

■ 为庆祝瑞典国王的生日而举办的数学论文竞赛，引来了直觉和逻辑的精彩对阵。法国大数学家庞加莱的直觉，经过瑞典小将弗拉格门（Phragmén）在逻辑上的层层诘问，最终打通了通往混沌的道路。在这场逻辑与直觉的较量中，瑞典青年才俊弗拉格门从一名初创期刊的小编辑，成为被世人铭记的数学名家。

在弗拉格门的那个时代，数学家们所醉心的函数论，极尽抽象之能事，全然一副不食人间烟火的形象。很难把那样的数学与今天的技术世界联想到一起——我们拥有了拿起手机随时聊天的便利，我们随心所欲地在互联网上享受着虚拟人生。这个一切都被数字化的信息时代，正是靠最抽象的数学包括弗拉格门的理论，以其巨大的力量支撑起来的。



瑞典裔美国电信工程师奈奎斯特 (1889-1976)

美国的贝尔实验室为我们竖起了数字化世界的第一个里程碑。这是发明了晶体管和激光的实验室，是发明了 CCD 成像技术的实验室，是发明了 C/C++ 语言的实验室，也是创建了信息论的实验室。这个塑造了现代信息社会的实验室，迄今已经诞生了 7 位诺贝尔奖得主。

毕业于耶鲁的瑞典移民奈奎斯特（Nyquist）博士，无疑是贝尔实验室进军现代通信技术的先锋。要高效地传输信息，最好的办法是数字化。可是模拟信号如何才能对应到一串数列？你又如何能确保从数列复原出模拟信号？奈奎斯特指出了前提条件：对信号采样的速率，至少要达到信号最高频率两倍以上。

奈奎斯特提出的条件，早已经成为现今电子信息教科书的标准内容。要求信号的频率低于采样率的一半，这看似十分轻巧的一个条件，却像是一个巨大的幕布。而幕后究竟是地狱还是天堂，却十足耐人寻味。众人忽略了它，而真正思考信号结构的思想者，才嗅出这里面大有文章。这个人就是维纳（Wiener）。

维纳拉来英国的数学天才佩利（Paley），攻下了奈奎斯特条件真正的数学含义，提出了深刻的佩利 - 维纳定理。这个定理的关键部分就是建立在弗拉格门 - 林德洛夫的理论上的。简单而言，符合奈奎斯特条件的信号，必然是某种类型的解析函数。不过这种深刻的结果，在许多“现代”电子信息教科书上一概不去引述评论。

无数古典音乐迷，无法忍受 CD 带给他们过于纯净的音色。若进不了音乐厅，他们宁愿花大价钱去听黑胶（LP）。而弗拉格门们的数学，恰好解释了此中奥妙。CD 的数字化音乐，播放的不过是解析函数！它当然过于光滑了。它怎么可能有黑胶的模拟录音带给你的无比温暖的音色，还有丰富多彩的、透着木质情调的泛音！

依然是在贝尔实验室，奈奎斯特的探索由香农 (Shannon) 发扬光大为精彩的采样定理，打开了通往数字化世界的第一扇大门。我们从手机上或 CD 上所听到的音乐，就是由一组解析函数 (sinc- 函数) 线性叠加而来。这个连接了模拟世界与数字世界的采样定理，带给我们莫扎特，也带给我们江南 Style。

或许有史以来，应用最频繁、创造出最大经济价值的数学定理，就是奈奎斯特 - 香农的采样定理。你每一次用手机、每一次上网、每一次听 Mp3，都用到它。它把我们带到数字化的天堂，它把我们送入数字化的地狱。而这个数字化世界的潘多拉魔盒，里面装的就是名为指数型整函数的解析函数精灵。

小仓金之助



日本数学家小仓金之助 (1885-1962)

■ 连接了物理世界与数字世界的奈奎斯特 - 香农采样定理，一端开启了我们日常生活离不开的手机、CD、Mp3，另一端却通往高深莫测的黎曼 zeta 函数。其前世今生，简直可以媲美一部精彩的小说。好的理论总是有诸多起源，最早接近于现代形式的采样定理发表于 1920 年，作者是日本数学家小仓金之助 (Kinoshige Ogura)。

“新叶滴翠，摘来拂拭尊师泪”。日本无疑是个极度善于学习的民族。我们常常满足于找到对手的缺陷从而遐想对手的渺小，但他们却始终在研究对手的优势从而成全自己的强大。2001 年，当日本宣布要在未来 50 年拿 30 个诺贝尔奖时，中国人多不以为然。可自 2001 年算起，日本已经拿下了 10 个诺贝尔奖。

更令人难以释怀的是，日本第一个由私立大学培养出来的数学博士小仓金之助，既对《九章算术》情有独钟，又为日本侵华战争摇旗呐喊。刀与菊的双重性格，常常遮蔽了历史真相。中国人习惯于感恩，我们至今仍在感念其人对中国数学教育和数学史研究带来的积极影响。

90 年前，日本数学家小仓金之助用复分析率先论证了采样定理。这类“违背国人常识”的事情远不止一例。当后来获得菲尔兹奖的小利翁斯 (Pierre-Louis Lions) 与其合作者研究出现代图像处理的核心模型“尺度空间”之后，人们再次惊讶地发现：日本计算机科学先驱饭岛 (Taizo Iijima) 在 50 年代末就已经发表了

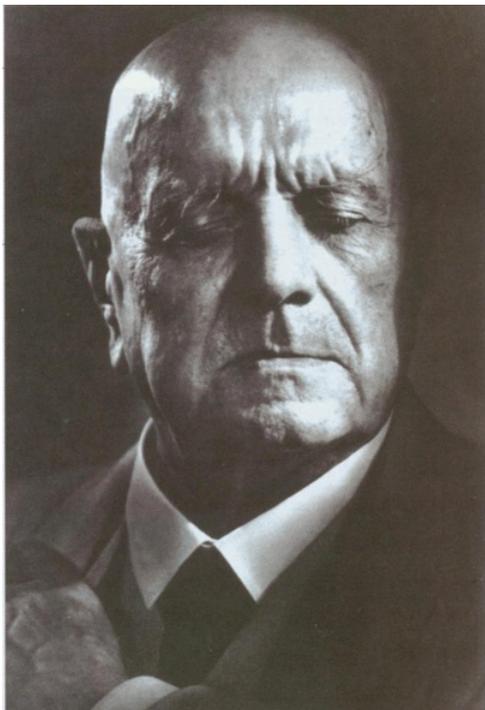
类似成果。

小仓金之助能在采样定理上做出成绩，靠的是钻研芬兰数学家林德洛夫（Lindelöf）的复分析专著。当世之下，快餐式的速成学习成为时尚，钻研沦为一种稀缺的习惯。当年林德洛夫发现自己身边的天才阿尔福斯（Ahlfors）自我感觉甚好、妄想翘掉奈望林纳（Nevanlinna）的数学课时，将其好生训了一通，责令其按部就班地学习和考试。

阿尔福斯家境良好，但他做大学教授的父亲却从未要求孩子超前学习。芬兰的某一任总理曾说：给孩子最好的教育，等于给了他最好的人生。而最好的教育，就是按部就班地成长。摆脱瑞典和沙皇的统治，立国还不足百年的芬兰，不仅创造出了世界级的品牌诺基亚，还创造出位列全球之冠的芬兰教育。

在远离世界数学中心的日本，小仓金之助们必须埋头苦读才能学有所成。正是靠这种潜心努力，战后的日本不断涌现出世界级的大学者。阿尔福斯回忆到自己无须闭门苦读：他的身边全是世界级的数学家，他生活在鲜活的数学中，他的研究纯然就是世界级的。两种际遇，两种道路，都登上了顶峰。

奈望林纳



芬兰音乐家西贝柳斯（1865-1957）

■ 优秀的教育传承，成就了由林德洛夫、奈望林纳和阿尔福斯这群大师领衔的芬兰复分析学派。阿尔福斯获得了菲尔兹数学奖和沃尔夫奖。奈望林纳担任过国际数学联盟的主席。而四年一度的世界数学家大会，不仅会颁发菲尔兹奖，还同时颁发以信息科学为主题的应用数学大奖——奈望林纳奖。

为芬兰数学带来了极高的荣誉的亚纯函数奈望林纳理论，被大数学家外尔（Weyl）赞誉为二十世纪经典。冷峻而富有逻辑的数学作品，就像芬兰作曲家西贝柳斯的音乐——那是一种追求深刻逻辑的“绝对音乐”。奈望林纳12岁听音乐会时迷上西贝柳斯。一生与爱因斯坦、希尔伯特等无数名流交往过的他，最推崇的人正是谱写了《芬兰颂》的西贝柳斯。

终身挚爱小提琴的西贝柳斯或许不知，这位12岁的粉丝奈望林纳已经是小提琴高手，常与母亲和哥哥演奏三重奏，长大后还组建过室内乐团。这位为芬兰赢得至高荣誉的数学家，不仅执掌过国际数学家联盟，还两度出任芬兰最高音乐学府西贝柳斯学院的理

事长。他，用最美的数学谱写了西贝柳斯式的芬兰颂。

艰难，或是人生的必由之路。奈望林纳博士毕业后只能在中学教书。每周 20 多个小时的课外加保险公司的兼职，也只换来杯水车薪。令人难以想象的是，为其带来毕生荣誉的奈望林纳理论，就是在其人生最艰难的时期干出来的。所有的夜晚、所有的周末、所有的节日，为他铺就了通往荣誉的路。

再回首看一代领袖米塔 - 莱夫勒创业之不易。当初他在法国追随厄米特，小有成绩后将离开巴黎转到德国寻访魏尔斯特拉斯，此时看到其家乡小报刊登了一则通告——通告家乡父老他已加入法国数学会成为会员，惊得他羞愤难当。稀松平常的事搬上了新闻，多少反映出米氏所面对的学术环境远非一流。



芬兰数学家奈望林纳



芬兰数学家阿尔福斯

就是从这样不起眼的学术起点，米塔 - 莱夫勒的学生梅林 (Mellin) 在 40 多岁有了成绩；随后的林德洛夫在不到 40 岁做出了更好的成绩；其下一代奈望林纳的辉煌成就却集中在 30 岁还不到的 3 年；再接下来阿尔福斯崭露头角解决 Denjoy 猜想是在 21 岁，并最终拿到菲尔兹奖。五代师徒之链条，诠释了学术传承的意义。

如今许多人热切盼望展露才华，新闻传媒却极尽渲染那些未必经得起时间考验的成就。想想看，当初自鸣得意的阿尔福斯，要不是被老师林德洛夫强迫着按部就班打基础，如何能去摧城拔寨？魏征在《谏太宗十思疏》所言“求木之长者，必固其根本；欲流之远者，必浚其泉源”，也可被当作治学箴言。

富有经验的老师，乐于指导学生固其根本、浚其泉源。芬兰数学之父林德洛夫在退休之后专注于培养人才，无私地向学生开放他极其丰富的藏书。每个周末上午 8 点开始，他会自己的图书室与学生们交流。阿尔福斯借阅了康托的著作，却从导师那里得来极有价值的忠告——可千万别去当逻辑学家！

数学在表面上不过就是依靠逻辑规则来做形式推理。但大数学家小平邦彦说——他始终搞不明白，自己算是个数学不错的家伙，



芬兰数学家梅林



芬兰数学家林德洛夫

什么数学都不畏惧，却一生总是念不好数理逻辑！想想看，围棋是一门艺术，但没有哪个只懂规则而不领悟规律的人，能成为围棋高手。规则通往逻辑，而规律却陪伴直觉。

数学究竟是逻辑还是直觉，似乎只有艺术才能化解这种争论。当初，米塔-莱夫勒被厄米特鼓动去追随魏尔斯特拉斯，因后者在创造更严密的分析数学体系。虽然逻辑的严密破解过无数直觉的谬误，但逻辑却并非数学家的最爱。记住魏尔斯特拉斯的率性表白：“要想成为数学家，首先得成为诗人！”

从最抽象的数学读出诗意，就如爱因斯坦为欧几里得几何而心灵震颤。尽情享受诗的意境，浑然忘却诗的格律，最美的数学一定是行气如虹却又回归逻辑的，正如最美的艺术一定是浑然天成且又返璞归真的。当数学成为艺术，我们才能读懂歌德那句“在限制中才显出能手，只有法则能给我们自由”。

柯瓦列夫斯卡娅



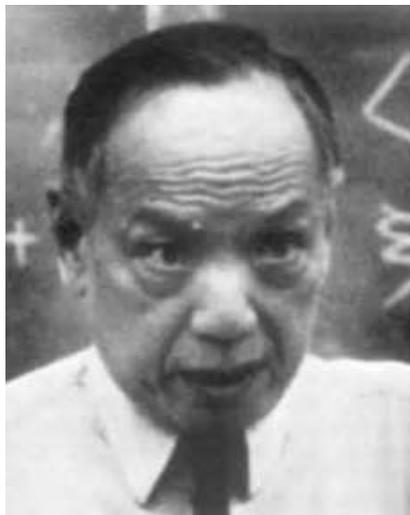
俄罗斯数学家柯瓦列夫斯卡娅

■ 擅长用 ϵ 和 δ 谱写诗篇的魏尔斯特拉斯，在逻辑的鬼使神差下，向沉浸在古典柔和之美的数学献出了一朵“恶之花”——他构造了一个奇妙的连续函数，一个处处没有切线的曲线。它违背了常识，却又在逻辑上无懈可击。那曲线如此令人心烦，让人不由得想起《恶之花》里的诗句：你究竟来自幽深的天空，还是地狱？！

如果说魏尔斯特拉斯的函数给正统的数学带来了不小的冲击，而他倾心培养的索菲亚·柯瓦列夫斯卡娅，则给正统的数学圈带来了更大的冲击。在俄罗斯美女面前，魏氏可没有显摆奇异的曲线。他拿出的是自己的绝活——分析数学。而聪颖的女弟子，在偏微分方程初值问题的解析理论上一展风采。

由柯西、黎曼等大师们建立起来的复变函数论，可谓数学中的绝代佳人，令无数人垂涎三尺却又狼狈不堪。比如在复微分几何上成就卓越的几何大师陈省身，某次问一个学生：你的复变函数念得怎样？被这门课弄晕了的学生极为窘迫地回答：我只考了个C。陈先生哈哈一笑：那我比你强，我得了C+！

在魏尔斯特拉斯指导下做了三篇论文的索菲亚，被哥廷根大学授予了博士学位。但优美的数学无法打动社会对女性的成见，魏尔斯特拉斯只会倒腾数学，但搞不定索菲亚的教职问题。这时，在数学圈长袖善舞的米塔-莱夫勒，娴熟地



中国数学家陈省身

玩起了学术政治，终于将柯瓦列夫斯卡娅安顿进了斯德哥尔摩大学。

索菲亚在斯德哥尔摩大学可谓如鱼得水——她兴奋地嚷嚷：“我的学生真是超赞！真的呀，我们招到了最顶尖的学生——而最差的都到乌普萨拉（Uppsala）大学去了！”其实，创立于15世纪的北欧最古老学府乌普萨拉大学，连同创立于17世纪的隆德（Lund）大学，都是瑞典享誉世界的高等学府，都培养出了世界级数学家。

瑞典民族英雄波尔林（Beurling）就身出北欧最古老的乌普萨拉大学、最终跻身普林斯顿高等研究院，享有世界声誉的卡莱曼（Carleman）和卡尔松（Carleson）在这里获得了博士学位。而隆德大学不仅有拉尔斯·戈丁（Lars Gårding），还有2012年11月25日刚刚去世的菲尔兹奖与沃尔夫奖双料获奖者拉尔斯·霍尔曼德尔（Lars Hörmander）。一个数学人才辈出的优秀民族啊！

从数学到数学密集型产业

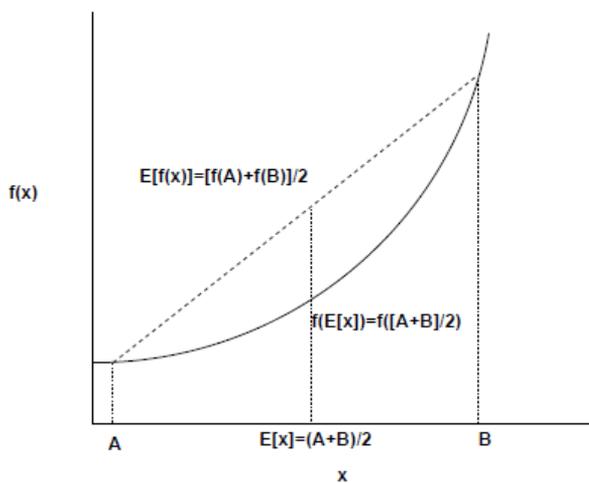


丹麦电信工程师琴生

■从艺术可以解读一个民族的心灵，而从数学可以解读一个民族的智慧。芬兰和瑞典，可谓分析数学的双子星座。其强悍又细腻的风格，不啻是民族性格的镜子。优质的数学教育打造出卓越的人才群体，成就了数学密集型产业——芬兰的诺基亚与瑞典的爱立信。通信行业绝大多数发明，玩的就是数学。

在通信这个数学密集型行业，傅立叶分析无处不在、统计随处可见、矩阵论乃家常便饭、最优化触目皆是。随机过程之于系统建模、概率大偏差理论之于网络性能分析、代数学之于信道编码，其成就有目共睹。纳什均衡、流形、随机矩阵不算新奇。这个行业也许算不上数学天堂，但绝对是数学乐园。

通信受益于数学，而数学从通信那儿也获益良多。如巴赫的哥德堡变奏曲一样变化繁多的琴生（Jensen）不等式，在经济学、统计学、信息论、统计物理里八面玲珑。经济学承认边际效用递减，于是谁想规避风险，那他财富的期望效用将会低于期望财富的效用。如此精巧的数学，由丹麦电信工程师琴生提出。



琴生不等式

哥本哈根电话公司的工程师琴生，其数学成就远非广为人知的琴生不等式。这个业余数学家在复变函数论里干出了一个相当深刻的琴生公式，直接促成了奈望林纳的亚纯函数理论。喜好数学的他，在一次聚会上结识了学数学出身的厄兰（Erlang），将其拉进了电话公司专职研究电信问题。

电信业追求尽可能多的用户，但服务资源却是有限的。如何对大规模的、随机的、并发的用户需求来提供服务，则是基本的问题。厄兰的重大贡献在于为通信网的研究建立了基本范式——研究所谓的 trade-off 关系。这个研究范式本身，比他的厄兰分布还要重要，虽然厄兰已是话务量的国际单位。



丹麦数学家、统计学家、电信工程师厄兰

厄兰后来成了哥本哈根电话公司一个实验室的主任。如今执掌著名电信企业研究的，不少都是数学出身的牛人。玩高端的陈省身示性类的数学博士霍华德·格林（Howard Green）正在执掌爱立信的网络战略部，发明小波提升格式的维姆·斯威尔顿（Wim Sweldens）博士正统领阿尔卡特-朗讯的探索实验室。创新的主攻手，与数学似乎总有千丝万缕的关联。



英国应用数学家莱特希尔

许多人将科技创新寄托于数学的突破，但科技史上也不乏聪明过人的数学家，他们在尚未数学化的新领域，却往往会失去洞察力。英国曾经有位数学成就无可挑剔的一流应用数学家莱特希尔（James Lighthill），其人在数学上已经名盛至极，但在英国乃至全世界人工智能的圈子里，他的名气倒是更大。

全世界数学家最崇拜的恐怕要数剑桥大学的卢卡斯讲

座教授，因为这个位置上有牛顿、狄拉克等科学巨星。而莱特希尔正是狄拉克的继任者。上世纪 60 年代，尚未担任卢卡斯教授的他，考察了爱丁堡等大学，断言机器人与语言处理技术等等毫无前途。他的《莱特希尔报告》，把人工智能打入了冷宫。

当时爱丁堡大学的人工智能研究部，有个自幼爱玩计算机的研究助理阿姆斯特朗（Joe Armstrong），受此“人工智能之冬”的影响，不得不改往他处求职。一番周折之后，落户爱立信。在他尽情把玩人工智能的 Prolog 语言之际，耳濡目染爱立信繁复的电话业务，居然倒腾出了计算机 Erlang 语言。

有人说，Erlang 是用来纪念数学家厄兰的；也有人说，Erlang 是爱立信语言（Ericsson Language）的缩写。其实阿姆斯特朗在发明 Erlang 语言的途中，屡屡与东家分分合合。如今，脱胎于人工智能 Prolog 语言的 Erlang 语言，因其高度并发、容错能力，支撑起了 Facebook 和 Amazon 的庞杂在线业务。

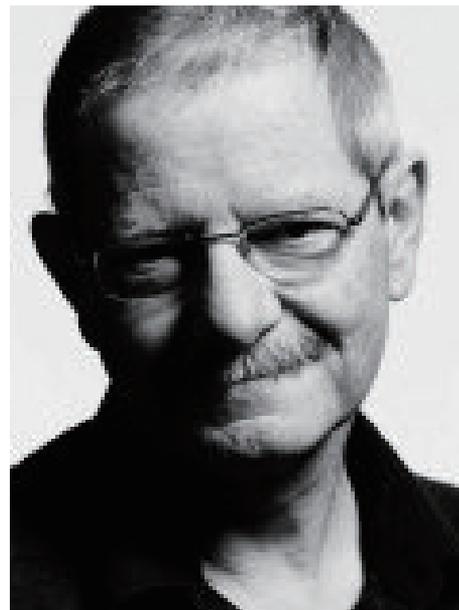
经历过莱特希尔一手造成的“人工智能之冬”，阿姆斯特朗发明了 Erlang 语言，或许算祸中之福。但人工智能在今天的发达，恐怕是当年无数聪明人甚至最厉害的数学家始料未及的。反对人工智能的卢卡斯教授莱特希尔，其继任者乃天下闻名的霍金。可是如果没有人工智能，霍金靠什么与我们对话？



英国物理学家霍金

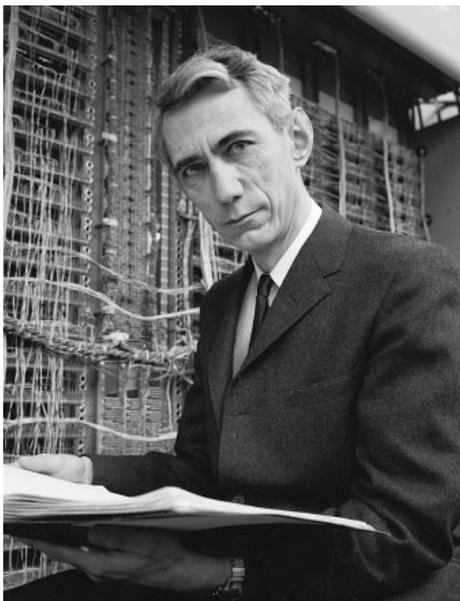


图标 :Facebook、Amazon



Erlang 语言之父，瑞典人工智能专家、工程师阿姆斯特朗（Joe Armstrong, 1950-）

开启信息科学之门



美国数学家香农

■ 从通信到人工智能，一切都发生在一个令人不可思议的年代、一个令人热血沸腾的年代。有史以来最为惨烈的第二次世界大战刚刚结束，1946年ENIAC计算机问世，1947年圣诞前夕肖克莱、巴丁、布拉坦发明了晶体管，1948年香农发表了《通信的数学理论》，1950年图灵发表了《计算机与智能》。

香农的《通信的数学理论》，开启了人类技术史最具风采的划时代篇章——用充满天才直觉的崭新概念和23个定理，精确计算出通信的理论极限和数据压缩的理论极限。用数学勾画出一门技术的构架，亘古未有。香农无疑是开天辟地的思想家，而不是那种只会把符号写到纸上来灌水的蝇营狗苟之流。

与香农开辟通信行业相比，图灵更是惠及人类的智慧本身。图灵16岁读懂了相对论和量子力学；20多岁发表图灵机的概念，明确定义了算法；1950年，38岁的图灵在历史悠久的心理学与哲学期刊Mind上发表了《计算机与智能》，提出“机器会思考吗”这样深邃的问题。一个思考何为思考的人，注定要走入思想史。

二战历史曾经有如此精彩的一幕——即将缔造出信息科学的稀世天才——香农和图灵，在1943年的贝尔实验室，一起喝咖啡、聊天。他们分属于各自团队，严守机密，对对方的事业一无所知。命运之神一定会暗自惊叹——图灵破译了德国的英格玛密码，而香农却在为罗斯福与丘吉尔的通话进行加密。

假如历史给图灵一份宽容，信息科学会有什么样的境遇？香农在贝尔实验室遇到图灵之后的第5年发表了重量级论文《通信的数学理论》，时年32岁。玩解密的图灵破译了英格玛密码而名扬四海，而玩加密的香农又在33岁时发表了《保密通信原理》。可叹香农声誉日隆之际，图灵却成为天堂里的孤魂。



英国数学家图灵