

大道至简 厚德载物<sup>1</sup>

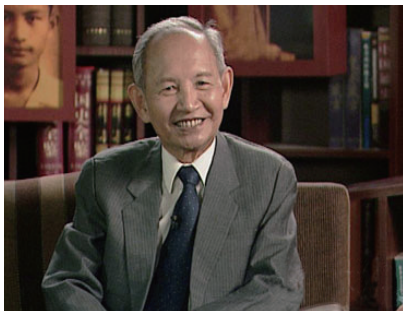
——我心目中的王元



方开泰

我和王元院士从认识到合作已有三十多年。他学术造诣深，善于将复杂的问题用简单的语言来表达，所谓“大道至简”。他为人处事一向低调，是厚德载物的典范，人们喜欢称呼他元老。他曾多次和我讲，他一辈子主要有两个方面的贡献，一是哥德巴赫猜想，一是数论方法。他对哥德巴赫猜想的贡献是众所周知的，曾与陈景润、潘承洞一起获国家自然科学基金一等奖。他在数论方法的贡献相对报道不多，本文想着重介绍他在这方面的贡献，我和他的合作以及他的人格魅力。

王元祖籍为江苏镇江市，曾在江苏省扬州中学就读<sup>2</sup>，在扬州中学校庆100周年纪念册的校友院士栏目下，有他的照片。我出身在江苏泰州市，曾在扬州中学就读六年，也作为扬州中学的杰出校友出现在同一纪念册的同一页。我和元老家乡相近，曾就读过同一所中学，又在同一个研究所——中国科学院数学研究所许多年，与元老可以讲天生有缘。1963年，我考入中国科学院数学研究所，成为越民义先生的第一位研究生。越先生和元老都是华罗庚数论研究团队的骨干，为了响应理论联系实际，科学为工农业服务的号召，越公在运筹室建立了“排队论”研究组。数学所的办公室分散在两处，一处称为大楼，与中国科学院计算所合用，而运筹室位于一里以外的两层楼内，与中国科学院微生物所、电工所、化学所的办公室相依为邻。元老在大楼办公，我在小楼办公，只有在食堂吃饭时才有机会见面，但似乎从来没有机会说话，他那时已有名气，我是一个普通的研究生，研究方向也完全不相关。



王元院士

## 数论方法在近似分析中的应用

1957年俄国数论学家 N.M. Korobov<sup>[1]</sup> 用数论的工具来解决高维数值积分的问题，从而开辟了一个全新的研究方向——“数论方法”又称“伪蒙特卡罗方法”。数论方法主要手段是在高维矩形内产生均匀分布的点集。例如，在一个单位正方形中如何分布  $n$  个点使之在正方形内分布均匀。这表面上是一个数值分析或几何问题，与数论无关。但 Korobov 却巧妙地用数论工具试图来解决这一问题，并且提出了一些产生均匀布点的切实可行的方法，例如好格子点法，其算法简单，效率高，半个多世纪过去了，该方法依然得到使用者的青睐，华罗庚院士很快发现了 Korobov 的文章，建议王元投入这个刚刚兴起的方向。

王元和华罗庚共同做的这个项目是数论在近似分析中的应用，主要应用于多重（高维）积分的近似计算。这个问题本身是计算数学的问题，但他们用的方法是数论，也用到了函数论和分析论的很多东西，是交叉学科。他们很快有了一系列的成果，论文发表在《中国科学》期刊上。1974年，第17届国际数学家大会在加拿大温哥华召开，大会邀请华罗庚报告他们的

<sup>1</sup> 纪念王元教授八十寿辰。

<sup>2</sup> 1942-1946年，王元就读位于四川合川的国立第二中学，该校是抗日战争期间，扬州中学内迁四川组建而成，所以王元是扬州中学校友。



与华老一起(油画)

Hua Loo Keng Wang Yuan

## Applications of Number Theory to Numerical Analysis

Springer-Verlag  
Berlin Heidelberg New York  
Science Press, Beijing

《数论在近似分析中的应用》

研究成果,国际学术界将他们的定理称为“华-王方法”。由于“文革”还没有结束,华老未能成行。幸运的是他们的论文是“文革”前用英文发表的,所以海外的数学家们能发现他们的论文。元老说:“文革让我们吃了亏,许多该发表的文章都没有发表,因为《中国科学》关门了。”于是,王元和华罗庚首先将他们的方法介绍给中国的读者,撰写了《数值积分及其应用》<sup>[2]</sup>,于1965年由科学出版社出版。1981年,德国斯普林格出版社出版了两人的英语专著——《数论在近似分析中的应用》<sup>[3]</sup>。元老说:“这是改革开放后,中国第一本在斯普林格出版的书,这是交叉学科的一个成果。”很快书评如云,专家们对这本专著给予了极高的评价,也奠定了华罗庚和元老在“数论方法”研究领域中的崇高地位。

我年轻时有买书和看新书的喜好,知道华-王的中文专著《数值积分及其应用》,但并未仔细解读。1975年我参加了冶金部“合金结构钢标准鉴定”的项目,汽车和拖拉机的重要部件是用合金结构钢制造的。所谓合金结构钢,是在炼钢时,除了控制碳元素外,还要在钢内加入铬、锰、镍、钼、硅等元素,这些元素的含量必须落入国标规定的范围,钢炼好后,轧成钢材,按国标的五个机械性能,如强度、弹性等必须超过某个阈值。那时全国有十多个工厂在生产合金结构钢,如北京钢厂、抚顺钢厂、大冶钢厂、齐齐哈尔钢厂等。他们发现,即使化学元素碳、铬、锰、镍等完全符合国标,也不能保证钢的机械性能全部合格。如齐齐哈尔钢厂,合格率才达38%。众所周知,合金结构钢十分昂贵,如果不合格,生产厂将承受巨大的经济损失,于是,

不少钢厂认为国标有问题。冶金部告之,该国标是解放初从苏联引进的,谁也不知其原理。为了弄清该国标的合理性,冶金部委托所属北京钢铁研究院来鉴定,由于要处理极为复杂的生产数据,钢铁研究院求助于数学研究所,我参加了这个项目。在研究中要计算一大批五重积分,如果用传统的方法,在当时的计算机的速度下,几乎不可能。在一筹莫展之际我突然想到了华-王的中文专著,由于任务的紧急,看书不如直接求教于元老。

这是我入所后第一次和元老正式交谈,他非常平易近人,在了解了我的来意后,从书架上取了一本论文集,其中有一批表用来生成好格子点集,利用这些表可以得到高维积分的数值解。元老详细地向我讲解了好格子点的使用方法。由于算法十分简单,我半信半疑地去试用他解释的方法来算一些已知结果的五维正态分布概率,其中一例才用了1069个点,已获得满意的精度,这么高的效率使我敬佩不已!真是“大道至简”!我向元老告知了我的感想:“好格子点布点真均匀,也许可以用于试验的设计”,元老微笑地赞许我的感想和想象。

### 均匀设计的诞生

1978年原七机部三院赵利华工程师等在三个导弹指挥仪的项目中遇到困难。问题中,在知道系统的输入(用 $x_1, \dots, x_p$ 表示),可以通过一组微分方程求得系统的输出(用 $y_1, \dots, y_q$ 表示,或简记为 $y$ ),由于当时计算机的运算速度限



王元和方开泰

制，解微分方程组需要一天的时间，从而远远达不到实际的需要。能否用一个近似模型来代替原模型，在知道了输入后，近似模型能以极快的速度（例如万分之几秒）算出输出。用  $y=f(x_1, \dots, x_p)$  表示原模型，用  $y=g(x_1, \dots, x_p)$  表示近似模型，希望在  $x_1, \dots, x_p$  的变化区域内  $|f(x_1, \dots, x_p) - g(x_1, \dots, x_p)|$  充分地小。为了获得近似模型  $g(x_1, \dots, x_p)$ ，需要预先做一批试验。记  $n$  为试验的数目，基于试验的数据，用数学建模的技术可以获得可行的近似模型。这个思想如图 1 所示，就是当今计算机试验的设计和建模。

“文革”十年，国内看不到任何新的外文文献。1976 年“文革”结束后，百废待兴，图书资料尚需时日来填补，何况计算机试验的设计与建模是我们提出的一个全新的概念，没有参考文献可查，解决上述试验的设计只有靠“自力更生”了。这个项目要求多个输入变量至少要有 18 个不同的值来覆盖取值范围，若有 6 个这样的变量，则全部的组合数至少有  $18^6=34,102,224$ ，对一天解一个方程组的速度而言，这是一个天文数字，而该项目要求用不超过  $n=50$  次的试验

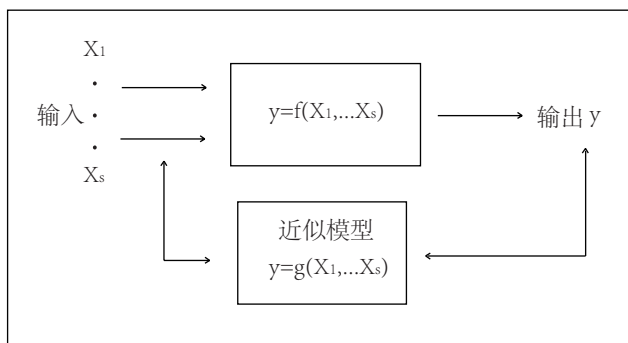


图 1 计算机实验的思想



2004 年，王元、方开泰和原七机部三院合作的工程师：张建舟（左一）、黄树山（左二）、赵利华（右三）、关世义（右一）

来建立一个好的近似模型，用传统的试验设计方法是望洋兴叹的。这时我想到了“数论方法”或许可能帮助试验的设计，即在六维的矩形内设计  $n(<50)$  个点，使之在矩形内分散均匀，这不正是数论方法的专长吗？于是我立即去找了元老，原原本本地告之问题的背景、要求、我的初步思路，元老非常兴奋，立即同意我们共同来开发，并约定每周见面讨论一次。那时普遍使用的均匀性测度称为星偏差，它的表达式涉及阶梯函数、绝对值、极大值等，没有好的算法，加之那时计算机的计算速度也远远达不到要求。元老不愧为是“数论方法”的世界级专家，为了能够实现设计均匀性的比较，元老介绍了一个可计算的均匀性测度，我负责编程计算。鉴于计算机速度和使用计算机的人很多，需一周前预约。那时用穿孔纸带来输入程序和数据，纸带被打断的事故时有发生，大大影响工作的进展。与元老每周的碰面总能得到他的鼓励，经过三个月的共同努力，终于算出第一批“均匀设计表”，并且于 1978 年公布在内部资料《概率统计通讯》第一期上，并同时正式向《应用数学学报》投稿。在准备稿件时，用到数论的许多基本知识，如数的同余运算、同余逆、数的素数分解、欧拉函数、素数的原根等概念。我在大学没有机会修“数论”，借此机会拜读了华罗庚的《数论导引》<sup>[4]</sup>，收获很大。在计算的过程中，我发现元老提供的公式敏感性不够高，若作适当修改可以提高区分设计的分辨率。元老对我的建议十分支持，并提供修改公式的理论证明，充分体现了元老虚怀若谷能吸纳别人的建议。在投稿时，元老表示不参加署名，我觉得不妥，他为了支持年青人，坚持用我一人的名义去投稿。于是我在文章的引言中声明：“这项工作是在研究员王元同志的指导和热情帮助下进行的，有些数论证明是他提供的，对他的指导和帮助表示衷心的感谢”。元老对年轻人的

支持使我十分感动。文章<sup>[5]</sup>顺利地于1980年发表。

我详细地向七机部有关项目的工程师介绍了“均匀设计”的方法，并提供了用于试验的均匀设计表和用多项式回归模型的建模方法。1980年赵利华工程师到我家，报告了其中一个项目使用均匀设计的情况，他们找到的近似模型完全达到精度标准。这一好消息使元老和我心中的一块石头终于落下了，并相信均匀设计在另外两个项目中也会成功。元老很快去了欧洲访问，几乎同时我去美国访问了两年，我们未能跟进这些项目后来的发展。几年以后才知道，按照均匀设计的理论和方法，七机部三院的赵利华、王济成、马恒华、张炳辉、张建舟、黄树山、谷巨卿、柯繁等分别给出了三种型号的指挥仪数学模型中弹道坐标的两种形式的回归关系式，这是“均匀设计”在电脑仿真试验中的三项先驱的应用。

直至上世纪九十年代才知道，上述七机部的三个项目是在钱学森院士的领导下进行的，直接领导的是梁守槃院士。在课题组中的黄树山工程师曾用一周时间向梁院士详细介绍了均匀设计的思路和建模的方法，使梁院士理解了我们的做法是科学的、合理的，同意在有关文件上签字。三个项目经过了理论研究、测试等一系列的考核，最后都非常成功，先后获得了国家和部级多种奖励，其中一项获得国家科技进步特等奖。由于参加项目的人数很多，王元和我并未在得奖名单上。1988年项目组成员之一的张建舟高工找到我家，向我报告了这一好消息，并送给我们庆祝导弹项目成功的一本画册。

为了使“均匀设计”能够让国外同行了解，元老建议用英文发表，并亲自执笔写了一个短的文章，投《科学通报》。投稿后，有一个审稿报告对均匀设计抱怀疑态度，因为均匀性作为主要的准则在试验设计中是没有的，而在数据分析中又一反传统的方差分析唱主角的做法，用多元多项式的回归模型来建模。在方差分析中，是假定模型已知，在我们提出的建模方法中并未假定模型已知，要探索不同的模型。可以毫不夸大地讲，均匀设计的框架是对传统试验设计的重大突破，审稿人的不理解和怀疑是不足为奇的，元老立即给《科学通报》编辑部写了一封信，表示科学的发展要允许不同的思路，文章<sup>[6]</sup>于1981年发表。

最近《科学时报》记者采访元老时，他说：“均匀设计理论的发展是从任务到学科，由任务来带动的，任务来自军工。在讲解时，实际背景被抽掉了，问题是这样的：天上有一架飞机，这架飞机有速度、方向和风向；然后，在船上要发一个导弹来击中飞机，导弹也有速度、方向和风向，如何设计才能让两边正好撞上？因为飞机和导弹的速度都很快，所以要很快算出来，算慢了就打不着了。这个问题用老方法算不出来，或者算出来但所需时间太长了，所以要有新方法，这就要用到数论的方法。”

## 钱学森院士的高度评价

1993年航天总公司三院张建舟高工组织了一个全国性的研讨班，由我主讲“回归分析和均匀设计”，与会代表介绍他们使用均匀设计的成果。元老由于前列腺肿大，那时在301医院动手术，未能到会。从代表们的介绍中，知道除了航天和军工项目之外，民用的成功项目很多，例如国内各大药厂几乎都在用均匀设计来探索新药的工艺和配方，石油化工方面也有许多成功的案例。《中国科技日报》资深记者刘序盾到会采访，他看出了均匀设计应用的广泛前景，在内参写了一篇报道，并建议成立中国均匀设计协会。钱学森院士在第一时间发现了这个报道，立即将报道送国防科工委主任朱光亚院士，建议推广均匀设计和成立有关的学会。

钱老的批示引起了《中国科学报》的极大关注，1993年11月24日在第一版以三分之二的篇幅报道均匀设计的成功和应用成果，题目为“基础研究必须参加世界竞争，方开泰、王元首创‘均匀设计’法，引起国际数学界的高度重视”。随后《人民日报》和《中国科学报海外版》分别报道，标题为“应用开发路遥识马力，基础研究妙笔巧生花，‘均匀设计’法应用十二年成效斐然”。中国科学院院长周光召院士，于1994年题词“均匀设计法”，“重视基础，开展应用，数学理论，前途无垠”。

1993年11月30日，钱老又专门给元老写信，对我们的成果给予高度的评价，信中写道：“王元同志：我近日来在报刊上多次读到您和方开泰研究员创立的‘均匀设计法’的报道，得知其在实际应用中的重大意义，心中十分高兴！我写此信向您和方开泰同志表示衷心的祝贺！祝贺您们为国家，为世界人类进步做出了重要贡献！”

在钱老的鼓励和航天总公司三院等的要求下，元老支持在中国数学会下成立一个二级学会来促进均匀设计的研

均匀设计法  
周光召

重视基础  
开展应用  
开辟前途  
数学理论  
前途无垠

周光召  
九四年七月

100080

北京市海淀区中关村中国科学院数学研究所

王元同志：

我近日来在报刊上多次读到您和方开泰研究员创立的“均匀设计”法的报道，得知其在实际应用中的重大意义，心中十分高兴！我写此信向您和方开泰同志表示衷心的祝贺！祝贺您们为国家，为世界人类进步做出了重要贡献！

以身体为重，我祝愿您早日恢复健康！

此致  
敬礼！

钱学森  
1993.11.30



右起：梁守槃、王元、郑明等在中国数学会均匀设计分会成立大会上



1994年10月，中国数学会均匀设计分会第一届理事会合影。  
前排左起：李淑霞、方开泰、梁守槃、郑明、王元、刘永才、殷鹤龄、杨鸿源、张承恩；后排左起：张建舟、王国梁、曾昭钧、张学中、陈路、汪誉铨、饶建锡、杨维权

究和应用。均匀设计的布点思路来自数论方法，故均匀设计分会也可视为数论方法分会。以一个交叉学科来建立一个分会，在中国是不多的。元老曾担任过一届中国数学会理事长，知道申请的程序。他亲自执笔起草申请书，以我们两人署名。那天他在我家，不打草稿，一气呵成，一字未错，仅仅三十分钟就完成了，那时他已63岁，我十分羡慕他的文学功底和过人的精力。中国数学会很快通过了我们的申请，最终的批准权在民政部。那时正处于学会整顿时期，要建立一个新的学会十分之困难。张建舟高工，凭着钱学森院士的支持，闯过一关又一关，1994年4月民政部终于批准成立中国数学会均匀设计分会，元老任顾问，我任理事长。同年十月在航天总公司三院召开第一届均匀设计法学术交流暨均匀设计分会会员代表大会。两院院士梁守槃亲自到会并讲话，元老、海军科技委副主任郑明、国防科工委计划部三局局长等到会并讲了话。没有钱学森院士和王元院士的支持，分会的成立是绝无可能的。嗣后，分会在推进理论发展，促进广泛应用方面起了很重要的作用，至今已召开过十届学术研讨会和几十次培训班。如果我们追溯这项研究工作的起始，元老说：“五十年代做基础研究，七十年代出了第一本书，八十年代用于试验设计，九十年代取得效益，前后近四十年了。这个事实又一次告诉我们，对基础研究不能‘短视’。基础研究不能立竿见影，更不可能急功近利。基础研究必须参加世界竞争让社会检验。发达国家之所以发达了，与对待基础研究的‘远视’不无关系，这一点应该是我们值得借鉴的经验。”

历经三十年的努力，我们完成的“均匀试验设计的理论、方法及其应用”项目，获得了2008年度国家自然科学

奖二等奖。2008年度共34项成果获得了国家自然科学奖二等奖，一等奖出现空缺。《科学时报》以“国家科技奖励凸显六大看点”为标题指出2008年度国家科学技术奖励工作表现出六大特征，在第一特征中讲道：“第一，本年度获奖项目原始创新明显。国家自然科学奖获奖项目代表性论文多发表在国际相关学科的重要刊物上，SCI他引次数平均达到800次，不断缩小中国与国际先进水平的差距，有些项目还达到了相关领域的国际领先水平。如中国科学院数学与系统科学研究院王元、方开泰完成的‘均匀试验设计的理论、方法及其应用’，首次创立了均匀设计理论与方法，揭示了均匀设计与古典因子设计、近代最优设计、超饱和设计、组合设计深刻的内在联系，证明了均匀设计比上述传统试验设计具有更好的稳健性。该项工作涉及数论、函数论、试验设计、随机优化、计算复杂性等领域，开创了一个新的研究方向，形成了中国人创立的学派，并获得国际认可，已在国内外诸如航天、化工、制药、材料、汽车等领域得到广泛应用。”这一评价是对我们三十年（1978-2007）工作的充分肯定。

### 开创数论方法的新方向

1987年，中国人民解放军第二炮兵在研究“大威力武器毁伤分布的研究”中遇到困难，他们主动提出与中国科学院应用数学所合作，共同攻关，我是该课题的负责人。若攻击的目标是一个圆形的区域，用多枚弹头对该目标攻击，其毁伤面积依赖于弹头的威力，由于长途飞行发生的目标偏



王元和方开泰，2009年1月在北京

离，其毁伤面积有随机性。这是一个几何概率的问题，在多枚弹头的情形下，毁伤面积的概率分布没有公式可以表达，只能用随机模拟来探索。显然，这个随机模拟需在圆内进行，这就需要在圆内选择一组代表点，设有 $N$ 个点，通过随机模拟其中有 $n$ 个点被覆盖，则 $(n/N)$ 乘以圆的面积可以用来估计毁伤的面积。重复上述过程，可以获得多个毁伤面积的估计，或称为毁伤面积的样本，从而可以近似地知道毁伤面积的概率分布。于是求解问题的关键之一，是如何产生圆的代表点以适用于随机模拟。

数论方法提供了产生正方形上代表点的方法，但没有人考虑如何在圆内，以及其他几何体面或体内产生代表点，以服务于许多实际问题。其中一个有趣的问题是中国科学院系统科学研究所前所长成平教授提出的轧辊寿命问题。传统的轧辊是一个长方形体，由耐高温、高压、不易变形的材料做成，成本昂贵。每次轧钢，是让钢材在流水线上运动，轧辊来压钢材，使之变薄、变长、变细。由于高温高压，轧辊的表面十分容易损坏，故轧辊的寿命不长。武

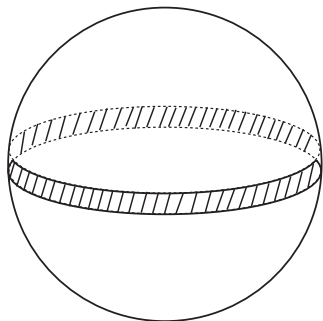


图2 圆弧带



1995年王元与方开泰在香港海边

汉钢厂为了提高轧辊的寿命，用球形轧辊代替传统的长方形体，每次球形轧辊与钢材的接触面是随机的，其结果是在球形轧辊上的摩擦面留下一个圆弧带，它是某个随机大圆弧为中心，宽度为 $d$ ，而 $d$ 值取决于轧钢的需要（见图2）。轧辊多次使用，则球形轧辊上不同的点被摩擦过的次数不同，若规定：如有一点被摩擦过 $M$ 次（ $M$ 给定），则轧辊不能继续使用，该轧辊此时已用过的次数 $X$ 称为轧辊的寿命。武钢希望知道轧辊的平均寿命以及寿命的分布。由于问题的复杂性，长期得不到解答，于是成平<sup>[7]</sup>在刊物上寻求帮助。显然，在球面上做随机模拟可以估计轧辊的平均寿命，以及寿命的近似分布，而随机模拟需要在球面上产生代表点。

上述两个问题需要在二维圆内和三维球面上产生代表点，如上所述，数论方法仅提供了在单位立方体内的代表点，能否将数论方法推广至常见的几何流形上呢？我向元老报告了这两个问题以及希望将数论方法推广的想法。元老听后十分兴奋，决定成立一个课题组来完成这一研究任务。

为了加强应用数学的发展，1979年，中国科学院数学研究所分为三个研究所：数学研究所、应用数学研究所和系统科学研究所。元老自然在数学研究所，而我加入了应用数学研究所（简称应数所），华罗庚兼任这两个研究所的所长。数学所在原办公大楼，而应数所租用北京友谊宾馆一座楼的一个单元办公，我和元老见面的机会减少了很多。元老总是步行来参加每周的讨论班，从不间断。我们的研究计划很快得到国家基金的资助和中国科学院数理化学部的特别资助。

元老习惯早起身，他讲早上头脑清醒，容易出新思路。他一旦有了新思路，便立即给我打电话。那一段时间，清晨来的电话一定是元老的，通常他希望我立即去他家讨论。



王元院士与香港浸会大学校长吴清辉教授

我们两家相距不远，七至八分钟即可到达，每次他都在窗口注视我的到来。老天不负有心人，我们的想法终于找到可行的方法，其主要研究思路和结果由元老执笔分两篇文章<sup>[8,9]</sup>于1990年发表在《数学年刊》的英文版上。元老思维十分清晰，语言精练，下笔成文，很少写错字，令我十分佩服和羡慕。

### 统计学中的数论方法

我们发表在《数学年刊》的文章，是带有纲领性的，仅仅是一个好的开端，尚有大量的工作需要跟进。用我们的方法，顺利地解决了上节提及的毁伤分布的研究，该成果获得了中国科学院1989年科技进步二等奖。随后我和我的学生及合作者，将数论方法系统地用于概率计算、统计推断和试验设计等方面。在此基础上，我们用数论方法来解决目标函数是多维、可能有多个峰值的优化问题（求目标函数的最大值或最小值），提出了一个序贯优化方法，称为SNT0（sequential number-theoretic method for optimization），解决了第二炮兵的第二个项目，该成果于1992年获中国人民解放军总参谋部科技进步一等奖。元老很谦虚，上述两个奖项他都不挂名，也不领奖金，我们非常感动和敬佩他“厚德载物”的高尚品质。随后我和我的学生及合作者，将数论方法系统地用于概率计算、统计推断和试验设计等方面。

1990年9月，由于工作的需要，香港浸会大学聘请我去香港执教，推动数学系的研究。差不多同时，香港中文大学一个专门基金请元老去访问一个月，使我们有更多机会谈天、游泳、吃饭、交流。那时元老刚刚60岁，风华正茂。香港的数学界，如香港大学的廖明哲教授，香港中文



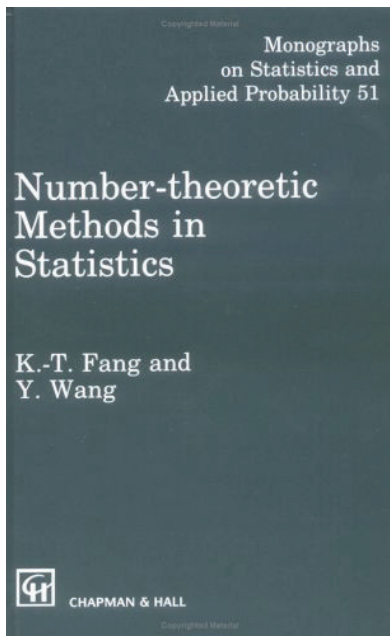
王元与浸大谢志伟校长，方开泰

大学的岑嘉评教授、香港科技大学的杨重骏教授等经常和他切磋学问。在我的推荐下，香港浸会大学谢志伟校长非常隆重地在九龙会所请他吃饭，曾宪博副校长、吴清辉院长等陪同，我也应邀参加，席间介绍了我们合作的课题“统计学中的数论方法”。谢校长等领导均表示欢迎元老随时来浸大访问。

我刚到浸大不足一月，便和本系同事及港大同行联合申请了香港政府基金，课题的名称为“统计学中的数论方法及其应用”（Number-theoretic methods for statistics and applications），获得评审专家的高度评价，主管科研的曾宪博副校长非常开心，专门请我吃饭以示奖励。有了基金，我立即请元老来香港浸会大学访问，校方非常重视，给他提供了三间一套的住所，除用基金资付他的生活费外，学校又额外地给他每月加一万港元（当时国内教授每月工资不足300元人民币）。元老曾多次表示十分感谢香港浸会大学对他的优厚礼遇与款待。

元老这次访问的主要目的是将我们的研究成果写成一本文英文专著。在我们以往的合作论文中，有时是元老起草，我提修改意见；有时候是我起草，元老修改。彼此都很尊重对方，合作愉快而高效。而写一本书就不那么简单了，我原计划想按章节分工，关于数论方法的章节由元老执笔，统计内容为主的章节由我执笔，然后互相修改。元老不同意我的想法，他讲由一人执笔比较好，风格一致，方便读者，建议由我起草中文稿，他在此基础上起草英文稿。元老如此谦让，是对我的信任和鼓励，元老比我长十岁，但他的工作进度超过我，三个月的功夫，我们完成了初稿。几年后我才知道，有一天晚上他的前列腺肿大，差点小便完全堵塞，他在住所很紧张，但没有打电话给我，怕给我添麻烦。他处处为他人着想，使我感动。

我们的专著 Number-theoretic methods in statistics<sup>[10]</sup>



Number-theoretic methods in statistics

王元院士在香港浸会大学名誉博士典礼上和时任特首董建华（左四）、香港科技大学创校校长吴家玮（右二）和香港浸会大学校长谢志伟（右一）等合影

投到总部在伦敦的 Chapman and Hall 出版社，仅仅一个月，出版社就寄来了合同，次年（1994 年）正式出版。这本书受到广大读者的关注，到 2012 年 5 月，谷歌统计的引用已达到 622 次。

### 对统计学发展和应用的关注

元老是一位数论学家，我国绝大多数的老数学家对实际问题不关心，更不会亲力亲为去支持。而元老对理论联系实际是十分重视和关注的。他和我在聊天时曾多次强调实际的重要，他强调做理论的人要从实际中吸取营养，获得动力。均匀设计的创造和统计学中的数论方法的研究方向是元老亲自实践这一观点的表现。实际上，还有更多的故事。

我们在《数学年刊》的文章中，曾提纲挈领地指出数论方法可用于混料试验的设计。所谓混料试验，就是将多种原料混合生成一种需要的产品，如前面提及的合金结构钢中各种化学元素的比例是一种混料；铺路面的混凝土是将大石子、小石子、粗砂、细砂、水泥和水等按一定的比例混合而成。用数学语言来表达，若有  $m$  种原料，它们在混料中的比例记为  $x_1, \dots, x_m$ ，则  $x_i > 0, x_1 + \dots + x_m = 1$ 。由于这两个约束混料实验的设计方法不多。元老十分关心我们提出的混料均匀设计是否真的有用，希望我推荐这一方法至应用部门，我

按元老的想法在有关工厂宣传，但似乎没有动静。一年后我问有关工程师，为什么你们不用混料均匀设计，他们讲在有的产品中原料的比例有的很大，有的很小，你们的布点方法中，是将所有的原料平等对待，有效的（可以做试验的配方）混料方案不多。这样一个简单的道理我们居然没有注意，即大部分实际配料试验是有限制的，即原料的比例  $x_i$  落在一个区间  $[a_i, b_i]$ ，其中  $0 < a_i < b_i < 1$  是由实际产品决定的。在文献中虽有讨论，但介绍的方法对试验者并不方便，选择的方案很少。元老对这一问题十分关注，一年后他终于想出了一种解决的方法，亲自起草论文，我们的文章<sup>[11]</sup>发表在《中国科学》上。有限制的混料均匀设计在实际生产中获得许多应用成果，其中有长江三峡水坝的混凝土配方。

### 元老的人格魅力

我和元老的合作超过三十年，共同发表了 15 篇论文，完成一部英文专著。彼此合作得十分愉快，从未有过署名先后、贡献大小、争名争利的问题。有几次元老甚至不肯署名或不分奖金。元老对于功名利禄十分淡薄，文革后，他曾担任中国科学院数学研究所所长，只肯做一届，将位置让给他年轻的同事。同样，他也只肯担任一届中国数学会理事长。对于中国数学会均匀设计分会，他尽量让我在第一线，有大





2010年中国科学院数学与系统科学研究院部分同事为王元及赵民义庆祝他们80华诞和90华诞

事向他汇报时，他首先听我的意见，然后才明确表达他的意见。只要他有空，学会的常务理事会议他愿意来参加，但多半时间在听大家的意见。

有一段时间，国内少数学者对均匀设计不理解，有偏见，元老从未对这些学者“大声”讲话，而是送文章给他们，以理服人。

元老虽然不是统计学家，但他对统计学的支持是一贯的，他指出“在国外大学，统计学是一个独立的系”。他曾多次到基层去讲解均匀设计法，解答使用者问题，在中国数学家中像元老这样亲自到应用第一线的是非常难能可贵的。

元老讲，在文革前和文革中，凡是苦差事都有他的份，多年的辛劳使他的身体透支严重。他的心脏一直有毛病，在上世纪九十年代，我看他的手握物时容易发抖，2001年他在全国政协会议期间心脏病突然发作，幸好及时住院，才保住了生命，在康复期间我曾帮他在香港买药。2007年，他心脏的二尖瓣有严重的问题，若不及时开刀有生命危险，这是一个高难度的心脏手术，幸好北京阜外医院有这方面的专家，那时元老已77岁，手术及康复期都有相当的风险。元老很乐观，在病房内还在想研究中的问题，出院后他完成了“统计模拟中的数论方法”<sup>[12]</sup>，文章将数论和统计更紧密地联系。他风趣地讲，在医院是做文章的最好时机。由于他性格乐观，手术后恢复得很快，不久又步行去研究所上班，还组建了数论的讨论班，亲自报告文献的最新进展。

由于元老的杰出贡献，香港浸会大学副校长曾宪博和我联合提名，由校董会批准，1999年香港浸会大学授予王元“荣誉理学博士”，同时获得这个荣誉的有中国科学院前院长周光召院士和国务院港澳办前主任鲁平先生。香港浸会大学专门为他精制了一套博士服，元老十分喜欢，至今珍藏

在家。见文章<sup>[13]</sup>中13页的照片。

元老的爱好十分广泛，尤其精于书法，他虽然起步不久，但已达到国家级水平。每当他提笔挥毫时，他全身贯注的神情，与他专心做数学研究的风采有异曲同工之美。

## 参考文献

1. N.M.Korobov. The approximate computation of multiple integrals, Dokl. Akad. Nauk., SSSR 124, 1207-1210, 1957.
2. 华罗庚, 王元, 数值积分及其应用, 科学出版社, 北京, 1965年。
3. L.G.Hua and Y.Wang, Applications of Number Theory to Numerical Analysis, Springer-Verlag, Berlin, 1981.
4. 华罗庚, 数论导引, 科学出版社, 北京, 1957年。
5. 方开泰, 均匀设计——数论方法在试验设计的应用, 应用数学学报, 363-372, 1980.
6. Y. Wang and K.T. Fang, A note on uniform distribution and experimental design, Chinese Science Bulletin, 485-489, 1981.
7. 成平, 应用数学问题征解, 数学的实践与认识, 79-79, 1983。
8. Y. Wang and K.T. Fang, Number theoretic method in applied statistics, Chinese Annals of Math. Ser. B, 11, 41-55, 1990.
9. Y. Wang and K.T. Fang, Number theoretic method in applied statistics (II), Chinese Annals of Math. Ser. B, 11, 384-394, 1990.
10. K.T. Fang and Y. Wang, Number-Theoretic Methods in Statistics, Chapman and Hall, London, 1994.
11. Y. Wang and K.T. Fang, Uniform design of experiments with mixtures, Science in China (Series A), 39, 264-275, 1996.
12. 王元, 方开泰, 统计模拟中的数论方法, 中国科学A辑, 39(7): 775-782, 2009.
13. 蒋文燕, 入门须引路, 功夫法自修——王元院士谈数学教学, 数学文化, 第2卷第2期, 3-17, 2011.



作者简介：方开泰教授，著名统计学家。北京大学研究生毕业，曾任中科院应用数学所副所长，香港浸会大学数学系讲座教授及系主任，现任北京师范大学-香港浸会大学联合国际学院(UIC)教授。美国统计协会(ASA)院士，国际数学统计协会(IMS)院士。