

函数：人类的一种重要的思维方式

——评生活与科学文库丛书《函数在你身边》

赵临龙



数学在人类社会的地位和作用越来越显出它的重要性，但数学对一般大众来说，又是那么的“恐惧”。这无不说明，由于我们的数学书籍过多的强调“理论”，而远离实际生活，使数学成为“抽象、难学、无用”的学科。因此，

广大的教育工作者，应加强数学理论与实际生活的联系，使数学真正成为人们“锤炼思维、富有趣味、实用必学”的学科。

2001年2月，由科学出版社推出的生活与科学文库丛书《函数在你身边》（作者日本权平健一郎、神原武志，译者罗亮生、罗丽生），由浅入深地介绍了函数概念的内在本质及其应用，使人们清楚地看到函数在日常生活中的作用，深受人们的喜爱，从1982出版到1995年期间，此书在日本再版就达15次。

全书11万字，分4章讨论函数的问题。第1章《人与函数的关系》，通过举例，说明日常生活中哪些地方出现了函数，并叙述人们对函数的看法以及介绍函数发展的历史；第2章《函数用在哪些方面》，针对实际问题，指出函数的概念是如何被引入实际问题中的以及讨论了函数扮演了怎样的角色；第3章《如何表示函数》，从数学建模角度，介绍了如何从实际问题来建立函数表达形式的方法；第4章《掌握用函数表达思想的方法》，从数学思维的高度，指出了函数的本质以及说明了函数对人类社会的影响。

该书并不像其它数学书籍那样，仅仅阐述函数概念以及讨论函数计算中的一些技巧。作者明确指出，“函数的功能（作用）就是人类的思维”这一新观点，并采用“把数学式省略，让函数本身在日常生活中起作用”的方法，强调函数的“广义”作用。

具体来说，本书有以下特点：

1. 生活中体现数学的趣味性。将日常生活的事用函数表达出来，体现数学源于生活，让人感受到函数的趣味性。如用函数 $r = a \cos n\theta$ 表示人的心脏形状；又如将高高的铁塔之间的电线的“悬链线”用函数表达为 $y = \frac{a}{2}(e^{x/a} + e^{-x/a})$ ；炮弹在真空中飞行的弹道的“抛物线”用一元二次多项式函数表达。再如大自然中，每隔76.02年绕太阳一周的哈雷彗星轨道表达为椭圆函数（隐函数）。而无法回归地球的彗星可沿“抛物线”（显函数）

或“双曲函数”(隐函数)轨道离开地球。若将复杂的人声和乐器声,通过纯音合成为波形,并可用函数无限表达为正弦和余弦函数的迭加,也就是我们常说的富利叶级数展开。这些处理可以很好地激发读者的学习兴趣。

2. 真实的研究结果利于指导学习。作者为便于人们对函数概念的正确认识,采取调研的方法,用数量回答问题,使人信服。如对“函数是什么”进行调研,大学生回答:(1)映射与对应有6人;(2)把变量 Sx 变换为 Sy 的操作有7人;(3)表示因果关系有5人;(4)诸元素之间的关系的方程有8人;(5)表示自然与社会现象的数学式有5人。

可见,学生较多者,是将函数作为数学中的变量关系式,而将函数抽象为一种现实生活中的对应结构的较少。这与我国今天学生学习函数情况相一致,他们往往注重函数的外显形式——数学解析式,而忽视函数深层次的含义——对应思想。上述调查结果,无疑对注意加强函数内涵的教学,具有很好的说服力。

3. 从史料中丰富函数的内涵。本书对函数的形成过程,做了细致的讨论,介绍了各个时期的函数概念,涉及到相关书籍:《国法词典》、《广辞花》、《百科事典》、《理论词典》及《中学数学自由自在》等。作者权平健一郎明确指出:“函数的内容在随时代而扩大,站在集合论的立场上,用对应、映射来描述函数是最好的倾向。”可见,从注意函数的形式结构,上升为重视函数的深刻思想的内在本质,才是把握函数的根本所在。

把握函数的本质,就是具有“函数意识”。作者权平健一郎将函数意识比喻为日本的剑道、柔道、和尚老道中的“道”,而道的精神在于思维,只有善于思维,才能有所创新。像笛卡儿抓住函数“对应”这一特征,创造性地将几何图形通过坐标与曲线方程建立对应关系。无怪数学家指出:“从最一般的意义上说,数学是‘关系’的科学”,这“关系”不就是深层的函数吗?

因此,人们常说:“数学是锻炼思维的体操,”而权平健一郎又指出:“函数的功能就是人类的思维。”因人类了解的事物就是了解它与其它事物的关系,“关系”的函数属性就是思维的本质。即函数般的表达思想本质是:发现事物之间的关系,至于这种关系是否用数学式表达,则是次要的。实际上,在我们日常生活中,不能用数学式表达的函数情况比比皆是。

4. 显示函数广泛的应用性。书本作为科普读物,但反映函数的应用却是多方面的,而且不乏高深的数学知识。如旋转体侧面积函数表达式的积分形式:

$$s(x) = 2\pi \int_{x_1}^{x_2} y \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx ;$$

元素的衰变率的微分方程: $\frac{dN}{dt} = -\lambda N(t)$; 刺激现象结果的积分方程

$$f(t) = \int_0^t k(t-t')\varphi(t')dt'$$

等等。使人们清楚看到函数广泛地应用于各个学科领域。

当然,本书也有一些不“美满”的地方。如谈到函数是人类的思维,但用函数的对应思想处理日常事例还不足。其实,就在日本动画片《聪明的一休》中,就有“对应”的精彩片段:一次,一休遇到难题,让他在很短的时间内,数清一山坡上不规则生长的树木棵数。一休开始想这很简单,让人数就是了。结果左数花了眼,右数也无法数清楚,于是他不得不开动脑筋,让伙伴到村子里,拿来数量一定的稻草,然后给每一棵树系一根稻草,最后通过稻草与树木之间的对应关系数清了树木的棵数。这真是绝妙的函数思想应用。

顺便提一下,我国徐利治教授提出关系映射反演方法:将一个实际问题通过一种关系映射为一个熟悉的问题,并将这个熟悉问题的解决结果再反演到原问题中,以最终解决问题。这是函数“对应思想”应用的典范。

此书另外一处缺憾是,在介绍函数史料时,将函数概念最终落脚到“集合”对应上,但对集合论的基础未作进一步阐述。由于罗素悖论(矛盾集合)的出现,使集合论发生危机,这就必然导致函数概念真正意义上的严格化还没有真正建立,将有待于人们继续做出艰辛的努力。这样的补充,可极大地提高人们学习函数以及数学的热情和参与意识。



作者介绍:

赵临龙, 陕西安康学院数学系主任。1987年数学教育专业本科毕业, 2000年取得教授职称, 2006年获得陕西省教学名师荣誉。