

爱因斯坦（图1）强调了以上的科学家对理论物理的贡献；从图2至图8依次为：他的老师闵可夫斯基 (Hermann Minkowski)，他的同学和朋友马赛尔·格罗斯曼 (Marcel Grossmann)，德国数学家高斯 (Carl Gauss)、黎曼 (Bernhard Riemann)、克里斯托费尔 (Elwin Christoffel)，意大利数学家里奇 (Gregorio Ricci-Curbastro) 和列维-齐维塔 (Tullio Levi-Civita)。

爱因斯坦

谈数学对他创立广义相对论的影响

蒋迅

《数学文化》季刊第一卷第三期刊登了一篇 ukim 的文章：《关于广义相对论的数学理论》，介绍了广义相对论的数学背景以及关于数学家对黑洞形成机制研究的历史。数学无疑对爱因斯坦创立广义相对论起到了至关重要的作用。但令人奇怪的是，在爱因斯坦的论文里并没有提到数学家对他的影响。这是为什么呢？难道爱因斯坦出于什么原因忽略了数学家们的贡献？

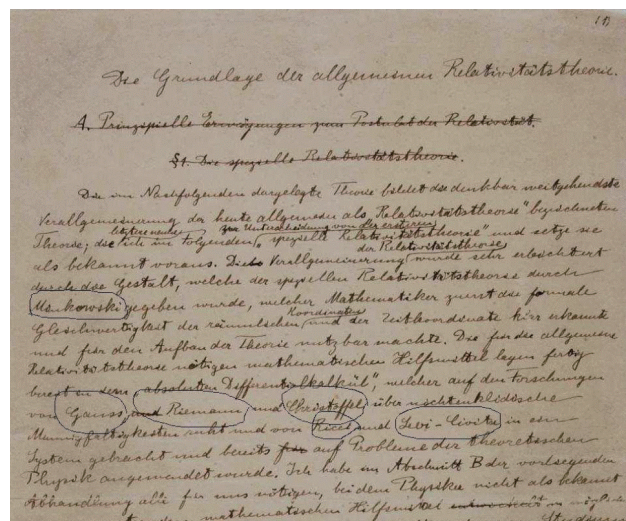
《美国数学通讯》2009年第1期有一篇阿丽西娅·迪克斯坦 (Alicia Dickenstein) 的文章“A Hidden Praise of

Mathematics”揭示了其中的秘密。原来其中的奥妙似乎并不复杂，本来爱因斯坦在第一页就表达了数学家对他的工作的重要性，但是这一页在从德文翻译成英文时由于某种未知原因而漏掉了，而英文是实际上的世界语言，于是给人以一个错误的假象：爱因斯坦在发表广义相对论时没有提到数学家们的贡献。现在，笔者特意把缺失的一页附在这篇短文里，希望它能让中国的数学家（还有物理学家）们也了解一点这段历史。

下面就是漏掉的一页的英文稿：

The theory which is presented in the following pages conceivably constitutes the farthest-reaching generalization of a theory which, today, is generally called the “theory of relativity” ; I will call the latter one — in order to distinguish it from the first named — the “special theory of relativity,” which I assume to be known. The generalization of the theory of relativity has been facilitated considerably by Minkowski, a mathematician who was the first one to recognize the formal equivalence of space coordinates and the time coordinate, and utilized this in the construction of the theory. The mathematical tools that are necessary for general relativity were readily available in the “absolute differential calculus,” which is based upon the research on non-Euclidean manifolds by Gauss, Riemann, and Christoffel, and which has been systematized by Ricci and Levi-Civita and has already been applied to problems of theoretical physics. In section B of the present paper I developed all the necessary mathematical tools — which cannot be assumed to be known to every physicist — and I tried to do it in as simple and transparent a manner as possible, so that a special study of the mathematical literature is not required for the understanding of the present paper. Finally, I want to acknowledge gratefully my friend, the mathematician Grossmann, whose help not only saved me the effort of studying the pertinent mathematical literature, but who also helped me in my search for the field equations of gravitation.

在这一段里，爱因斯坦清楚地指出，是数学家、他的老师闵可夫斯基 (Hermann Minkowski) 最先有了四维时空的思想。虽然闵可夫斯基是爱因斯坦的老师，但是爱因斯坦经常旷课。闵可夫斯基曾经感慨地说，“噢，爱因斯坦，总是不来上课——我真的想不到他能有这样的作为。”事实上，爱因斯坦不是一开始就重视闵可夫斯基的四维时空概念的。他说，“既然数学家们已经开始要攻克相对论理论了，我自己就不再理睬它了。”但是这个观点很快就得到了纠正。这多亏了他的朋友和同学马赛尔·格罗斯曼 (Marcel Grossmann)。爱因斯坦在格罗斯曼的帮助下，寻求表现自己思想的数学工具，正是格罗斯曼向爱因斯坦强调了非欧几何的重要性。所以，爱因斯坦最后还特别提到了他。爱因斯坦也指出了德国数学家高斯 (Carl Gauss)、黎曼 (Bernhard



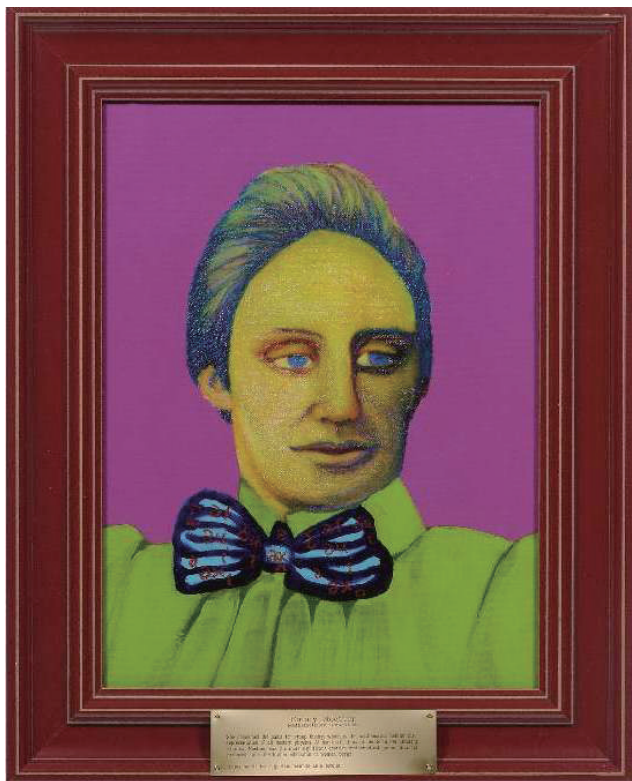
爱因斯坦在取得广义相对论的论文手稿复印件第一页 (部分)

Riemann)、克里斯托费尔 (Elwin Christoffel)，以及意大利数学家里奇 (Gregorio Ricci-Curbastro)、列维-齐维塔 (Tullio Levi-Civita) 的工作对理论物理的重要性。他说，正是很久以前的数学家们从形式上解决的问题使得物理学家们得出了相对论的命题。这话一点不假。爱因斯坦描述广义相对论，用到的数学就是弯曲空间上的几何学，列维-齐维塔在这种几何学上做出了突出的贡献。所以，有人问爱因斯坦他最喜欢意大利的什么，他回答是意大利的细条实心面和列维-齐维塔。

不过，在这一页手稿里，爱因斯坦确实没有提到希尔伯特 (David Hilbert)。而正是希尔伯特在爱因斯坦之前的第五天也向普鲁士科学院递上了一份关于引力学的手稿。所以关于广义相对论，希尔伯特和爱因斯坦的优先发明权也有争议。不过这个争吵也不复杂。首先，是爱因斯坦到哥廷根去给希尔伯特等很多数学家做的报告；其次，希尔伯特表现出了高姿态，他说，“发现相对论的，是作为物理学家的爱因斯坦，而不是数学家”；再者，后来发现的一些新材料似乎对希尔伯特不利。因为他是编辑，对文章发表有些控制。尽管如此，还是有一些人仍把广义相对论的作用量称作爱因斯坦-希尔伯特作用量。

在发表了这篇重要的论文之后，爱因斯坦又从德国女数学家埃米·诺特 (Emmy Noether) 在 1918 年发表的关于不变量理论 (Invariant theory) 的论文中受到了启发。一些广义相对论的新概念就是根据诺特定理得到的。爱因斯坦对于哥廷根歧视诺特很看不惯。1935 年，诺特去世的时候 (才 53 岁)，爱因斯坦写了一个悼词。他写到：“纵观现在的数学家，诺特是最显著的具有创造性的数学天才。”

还有两位数学家也许应该提到：鲍耶·亚诺什 (Jonas

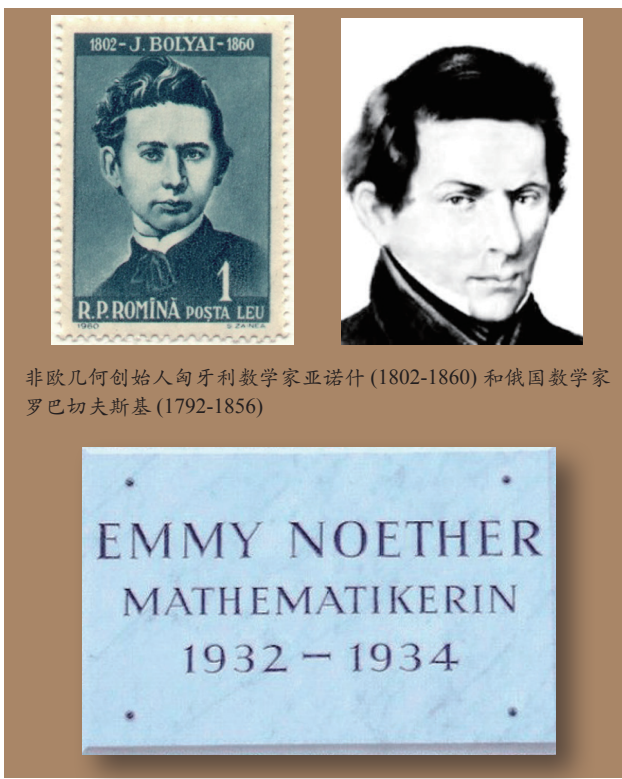


埃米·诺特(1882-1935)是二十一世纪初最著名的数学家；她对数学和理论物理都作出了杰出的贡献。

Bolyai) 和尼古拉·罗巴切夫斯基 (Nicolas Loachevski), 因为他们分别独立地创立了非欧几何 (Non-Euclidean geometry) 框架。鲍耶的论文过于简短, 高斯在知道他的工作后也没有声张; 罗巴切夫斯基又在科学研究中心以外的俄国, 结果他们的结果没有被广泛认识。到 1868 年, 意大利数学家犹金尼奥·贝尔特拉米 (Eugenio Beltrami) 发表了论文《非欧几何的解释》中指出罗巴切夫斯基和鲍耶创立的双曲几何可以在伪球面上实现, 非欧几何才逐渐被关注起来。

对于爱因斯坦和数学家的关系、引力场和数学的关系, ukim 的文章已经写得很详细了, 本文不再重复。事实上, ukim 对近年来数学家在爱因斯坦的重力场方程的进展也做了详细的介绍, 实为不可多得精彩文章。

但是这第一页到底是怎么漏掉的呢? 这至今仍然是一个谜。有一种猜测是, 这篇重要文章后来被收进了一个德文的爱因斯坦论文集里, 而英文版是从这个论文集里开始翻译的。偏偏在这个论文集里, 这篇文章的第一页遗失了。这有可能是因为打字员拿到的原文副本装订不紧, 把第一页丢掉了。似乎爱因斯坦从未意识到他对数学家的感谢之词失踪, 所以他从未做过解释。这些都是猜测。这些猜测的原因在迪克斯坦的文章里有讲到。好在这一页终于被发现了, 尽管花



非欧几何创始人匈牙利数学家亚诺什(1802-1860)和俄国数学家罗巴切夫斯基(1792-1856)

哥廷根城市里诺特的故居；她在这里住了三年。

了这么多年的时间。

总之, 爱因斯坦在建立广义相对论的过程中, 直接和间接地使用了当时的最新数学成果。这一点得到了爱因斯坦的承认, 也为后世所公认。新发现的这一页为爱因斯坦还了一个公正。