

发达国家数学英才教育的启示

——在北京师范大学第二附属中学数学组的讲话

北京师范大学数学科学学院

张英伯

非常高兴能够来二附中跟老师们聊聊。中学教师是一项崇高的职业，我从小生长在教师家庭，对这一职业情有独钟。

二附中是在北京市排名相当靠前的重点中学，我就将我了解的国外科技高中的一些情况给大家说说，希望对老师们了解发达国家数学英才教育的真实情况有所裨益。

一. 引子

刚刚卸任的中国科技大学校长朱清时在今年八月份国家图书馆的一个论坛上发表了“对待教育要少一些干预，多一点敬畏”的谈话，提到下述问题：民国38年间，全国共有25万人获得毕业证书，平均一年不到7000人，而2008年我国一年毕业的大学生人数达到559万，大约是民国时期培养规模的800倍。

近三十年来，随着国民经济的长足进展，我国已经迅速地进入了大众教育阶段，教育普及的成就有目共睹。与此同时，越来越多的人开始发出这样的疑问：民国时期是一个大师辈出的年代，现在为什么培养不出像陈省身、华罗庚、杨振宁、李政道、钱学森这样的大师级人才？

诚然，目前学术界教育界的专家教授和行政管理人员对这个问题会有各自不同的看法。我们的大学确实与世界名校相差甚远，我们有很多体制上的问题亟待解决，与此同时，我们的中小学也有很多体制上的问题亟待解决。

事实上，拔尖人才的培养，从大学开始已经太晚了，拔尖人才对某个专业领域的兴趣，应该从他们的少年时代，从高中甚至初中时代就开始了。就拿曾经对温家宝总理提出“我们的教育为什么几十年来没有培养出拔尖人才”这一问题的钱学森先生来说，他的中学阶段在民国时期的北师大附中读书，他当时的数学老师傅孙先生，是我国早期的数学家，把西方的数学基础与数理逻辑介绍到中国，也是我国近代数学教育的先驱。傅先生在平面几何课上用当时西方大数学家刚刚发表的几何基础当作蓝本，为学生讲授欧几里得几何，在这些刚刚度过童年，进入少年时代的学生当中，有几十年后成为两弹元勋的钱学森院士、群论专家段学复院士、数论专家闵嗣鹤、代数学家熊全淹。钱学森曾深情地回忆道：“听傅老师讲几何课，使我第一次懂得了什么是严谨科学。”当钱老向温总理提出问题时，答案或许已经了然于心。

发现和保护一个天才很难，忽略一个天才却很容易。比如华罗庚，如果当年熊庆来教授没有把他招到清华，没有送他去剑桥大学，也许他还在江苏金坛的小店里工作，我们也就不会有天才的数学家华罗庚了。

再比如2006年菲尔兹奖得主陶哲轩，如果没有父母的精心呵护，没有澳大利亚宽松的学习环境，允许他在五岁刚上小学就去读中学课程，八岁半去附近的大学学习数学分析和物理学，那么他也许仅仅在中学时得到奥数金奖，为学校和国家争光，而不会成为世界一流的大数学家了。



北师大二附中校园

毋庸置疑，我国中小学数学教育的整体平均水平，我们中小学教师的整体学科素养不比发达国家差，有些方面甚至

强过他们，这是我们的优势。但是与此同时，我们不得不看到，发达国家从进入“大众教育阶段”伊始就高度重视“英才教育”，大众教育与英才教育相辅相成，逐步形成了一套成熟的教育体系。我们这里却出现了种种误区。在这个方面，我们与发达国家尚有很大的差距。

近半个世纪以来，发达国家曾经在数学教育中出现过对大多数学生标准过低的问题，这些另当别论，我觉得我们应该着重学习他们成功的经验。应该看到，美国能够在科学技术领域引领世界五十余年，必有过人之处，发达国家科技人才辈出，必有过人之处。

二. 美国的分流培养

美国高层对自己大众教育的看法比较悲观，这集中地体现在布什总统 2006 年初的国情咨文中，在那里特别提到了中国和印度的中小学教育要比美国好。甚至为改进自己的数学教育成立了总统顾问委员会。他们有很强的危机感，愿意做自我批评。

我们北师大的一位毕业生在位于硅谷的美国宇航局的一个研究部门工作。他的孩子读小学，班里 17 个同学，大部分是印度移民。前些日子去美国，他陪我们到 Google、Intel、甲骨文、惠普几个大公司走走，真的有不少黄面孔。甚至在华尔街上，中午吃饭时间，你会看到很多从大银行，大公司出来的中国白领匆匆而过。至于每一个美国大学的数学系都有中国教授，已经是众所周知的事实。但是这位毕业生告诉我们，他认为美国的教育是非常成功的，因为所有这些地方的最高层决策层和学术带头人，几乎都是美国本地人，不是由于人种，而是基于实力。

众所周知，美国的教育体系是多元化的，没有全国统一的教育制度。50 多个州就有 50 多种不同的教育制度。在数学教育上，虽然从八十年代末开始，有了 NCTM（全美教师联合会）的全国统一课程标准，但这些标准仍然是选择性的、非强制性的。

我们也经常看到或听到关于美国数学教育水平的一些负面评论，但实际上，美国高层对英才教育的问题始终保持着清醒的头脑。

从五十年代美国的教育开始普及，1958 年他们的国会就

通过了“国防教育法案”，要求联邦政府提供奖金培养数学、科学和外语等天才学生；1965 年成立“白宫资优及特殊才能特别委员会”；1972 和 1973 年美国教育委员马兰向国会提出报告后，美国教育署成立了天才教育处；1978 年美国国会通过“天才儿童教育法”；1987 年再次通过相关法案，并拨款建立联邦办公室和全国研究中心；1988 年通过“杰维斯资赋优异学生教育法案”，此后每年由国会确认，并决定联邦政府的拨款额度；1990 年成立了美国国家英才研究中心，（National Research Center on the Gifted and Talented，简称 NRC/GT），开展英才教育的理论与实践研究工作。

美国一向尊重个体，体现在教育上，就是因材施教。所以虽然各州的课标法规有诸多不同，却有一个共同的特点：因材施教，突出英才。

美国英才教育的主要形式是在各个学校中把 5% 的天才学生（Gifted students）划分出来，天才学生从小学到大学都有特殊的教育方法。最常见的是让程度好的学生去修他们擅长的高一年级或高两年级的单科课程。有些学校的天才学生每周集中半天，分成小组开展一些项目，小组间展开竞赛。

学校对数学等单科比较突出的少数学生提供特殊辅导，在某中学有一位数学成绩优异的学生，每当上数学课的时候，学校都会派校车送她到附近的一所大学，由学校为她聘请的一位教授专门授课。

美国有一个委员会，负责制订在中学讲授的大学课程的标准，并负责审查中学讲授大学课程的资格，英文称为 Advanced Placement Courses。对于数学来说，这些课程包括微积分、线性代数、初等数论、理论概率等等。而学习过高中的 AP 课程，是进入较好大学的必要条件之一。一般进入长春藤大学数学系的美国学生，早已熟知微积分，并且不必在大学里重修，而是直接进入更深层次的数学训练。

美国有一些非常出色的中学。在弗吉尼亚州 Fairfax 郡有一个全美闻名的杰弗逊科技高中（Thomas Jefferson High School for Science and Technology），在美国 100 所金牌高中的排行榜中连年第一。我读过这所高中的课程介绍，微积分和高等代数用的都是美国正式的大学课本，他们的学生在高三毕业时，不但学完了一元微积分，还学完了多元微积分、线性代数、微分方程、数论、概率，在课程介绍的后面注明，

在 5% 的英才之外，
美国的教育“失败”了。
但是这成功的 5%，支撑
了美国经济 50 余年在世
界上的长盛不衰。



全美第一中学杰弗逊科技高中的教学宗旨 (mission statement) 是：杰弗逊科技高中的教育理念在于全人教育的学科与伦理发展，以使学生毕业后成为 21 世纪有责任感的公民和领袖。

(Thomas Jefferson High School for Science and Technology focuses on the academic and ethical development of the whole student, preparing graduates to become responsible citizens and leaders in the 21st century.)

这些课本只是初步的要求，老师会在课堂上根据学生的情况加深内容。学校提供十分优越的实验条件和学习环境，学生可以修习附近大学的课程，进行一些相当于博士或硕士研究生水平的研究。这所高中的全部学生都是通过考试，择优录取的。

在 5% 的英才之外，美国的教育“失败”了。但是这成功的 5%，支撑了美国经济 50 余年在世界上的长盛不衰。

三. 法国的大学校

法国的数学在国际上是非常引人注目的，法国历史上伟大的数学家很多，比如伽罗瓦、庞加莱、阿达马、埃尔米特，这几位竟然都毕业于巴黎的同一所中学：路易大帝高中。

直到现在，法国政府都非常重视数学研究，他们前些年曾从世界各地高薪聘请数学教授，德国、西班牙、南北美洲等地一些优秀的数学家到那里应聘。

近些年来，菲尔兹奖得主几乎次次都有法国数学家，这是一个有着深厚的科学文化底蕴的国度。

前些日子法国国家教育部数学督察来到我们学校访问，

了解中国中小学的数学课堂教学，我借机详细地询问了法国的数学教育。他笑了，说你们了解法国的愿望比我们了解中国的愿望更强烈啊。

他说法国的孩子初中毕业后有 40% 去职业学校，60% 升入普通高中，我记得瑞士有 70% 去职业学校。这一下子就引导了孩子们的分流，一些希望掌握某种特殊技能的孩子，比如汽车修理技师、园艺师、理发师、面包师等等，可以去读职业学校，出来后能够顺利地找到对口的工作。在 60% 升入普通高中的学生当中，20% 属于技术类型，15% 为纯理科，65% 读经济和文科。

法国高中理科部分的教学大纲已由我们的邓冠铁教授译成中文在数学通报上发表了。法国与美国不同，教学大纲由国家统一制定并实施。

那个大纲是分年级写的，比我们国家的课标（理科）内容要深很多。比如高三的大纲包括复数、复平面、实部、虚部、共轭复数、加减乘除四则运算、复数的模和幅角、两个复数商的模和幅角、复数的三角表达式、实系数一元二次方程的复数解。

大纲要求系统地讲解微积分，包括数列极限、函数的极限、复合函数的极限、函数的连续性、中值定理、函数的求导、函数切线研究、复合函数求导、指数函数和对数函数的研究、积分和原函数、分部积分、简单的微分方程。还要讲数学归纳法、空间解析几何、概率，同时为有余力的学生制定了特殊教育的内容，讲数论中整数的整除性，Bezout 定理，高斯定理和平面的相似变换。

据法国数学督察说这个大纲是几年前的了，现在他们又进行了修订。

近些年来，菲尔兹奖得主几乎次次都有法国数学家，这是一个有着深厚的科学文化底蕴的国度。

法国基础教育中最突出的一个特点是大学预科，这些预科都设在中学，进入预科的高中生要经过严格的考试，只招收高中生的不到 10%，也就是同龄青少年中的不到 6%。被选中的学生两年毕业时再经过一次严格的考试，通过考试的不到一半的预科毕业生进入法国的大学校。

法国的大学校是独立于大学之外的高等学校，由 300 多所学校构成，包括 155 所高等工程师学院，70 所高等商学院和 5 所高等师范学院。如巴黎综合理工学院（每年收一百多

学生)、巴黎高等师范学院、巴黎高等商学院等。大学校通过高水平的课程和严格的训练,培养了一大批学术、政治、经济界的精英,在法国教育界占据着独特的地位。就拿数学来讲,法国的菲尔兹奖得主几乎全部出自巴黎高师。

在法国,只要是合格的高中毕业生,就可以根据自己的学习成绩和兴趣爱好,选择适合的普通综合性大学,直接注册,额满为止,不需要进行考试。但对于各类名牌专科大学,学生必须经过2年预科班的学习,通过严格的考试,竞争入学。

预科班相当于大学低年级,2年预科班毕业后需要参加大学校单独或联合举行的难度很大的考试(初试和面试),成绩好的学生进入大学校深造,成绩不够的学生可以直接进入普通大学3年级,继续完成大学阶段的学业。

法国的中学数学教师要经过严格的考试才能上岗,不只考教师教育,首先是考数学。数学分成基础、计算机和应用,其中基础部分有数学分析、几何、代数方面的所有大学课程,计算和应用可任选一门。初中教师的录取率是四分之一,而高中,特别是预科教师,录取率只有不到百分之十七。这也许他们的数学教学之所以如此优秀的基础吧。

四. 建立我们的英才教育体系

亚洲的发达国家紧随欧美发达国家纷纷建立了自己的英才教育体系。

日本一贯善于将西方的先进社会模式为己用,他们在2002年建立了26所理科高中,2006年一下子增加到99所。在这之前英才教育基本由私立学校去做,而现在的理科高中很多是公立学校,在那里为挑选出来的优秀的理科生讲授大学课程。

韩国在2006年发布了总统令“英才教育振兴法实施令”,



巴黎著名的路易大帝高中,培养了雨果、莫里哀等大文学家,以及迦罗瓦、庞加莱等大数学家。

2007年就建立起了18所科技高中,实行移动授课,中学选修大学课程。

综合美国、法国、日本、韩国的情况,我们看得到目前理工科学生的高中数学,已经到了将高等数学的基础课程下放到中学,大学与中学打通的阶段。

就按照法国中学生分科的比例,技术类和纯理科占全国学生的20%左右,他们的数学课程相当深。如果考虑到法国的预科,则有6%的学生在学更高一级的课程。事实上法国的大学校和预科班皆以理工科为主,经济类有一些,文科很少。

按照美国的情况,则是从小学开始,不断地逐级选拔出5%的学生,在中学已经基本学完了大学的若干门基础课程。如果放到中国,5%在全国的学生中,是一个多大的数字啊。

有着五千年文化底蕴的中华民族,是一个那么优秀的民族。我们有那么多优秀的中学老师,有那么多优秀的中学生,让我们的学生全国齐步走地学习同样的课本,采取同样的进度,甚至用高三整整一年的时间操练题型备战高考,岂不太可惜了?

发达国家对英才施以适合他们的教育,而我们把英才的学生,优秀的老师集中在重点中学,然后和一般的中学施以同样的教育。因为评判学校的标准是高考成绩,而不是培养人才。

目前炒得沸沸扬扬的数学竞赛,之所以会在全国各省市盛行,根本原因还在于现行体制,在于没有一种科学的、切实可行的小学升初中,初中升高中的办法,竞赛这种形式就成了官方升学体制的自然补充。

我们这么多年出不了大师,症结也许就在于体制上的过份干涉,在于多年形成的文化平均主义,无法因材施教,无法保护和引导我们许许多多多有才华的学生走上大师之路。

诚然,我们国内的学界缺乏大师,但民国时代的学界刚

刚从满清王朝走出来，更缺乏大师。而当时的陈省身、杨振宁、李政道、钱学森几位大师都是在国内读完了小学、中学和大学才到欧美去的。诺贝尔奖曾颁给过九位华裔学者，除杨振宁、李政道之外，其他七位均于七十年代之后获奖，这中间只有一位诺贝尔文学奖得主高行健是在国内受的教育，其余六位得到科学奖的，都是在美国或台湾读小学、中学和大学。而菲尔兹奖只给过两位华裔学者，一位在香港、一位在澳大利亚接受基础教育。

多年以来，英才教育似乎是教育领域的一个禁区，曾经的政治运动使得文化平均主义深入人心。事实上，一方面每个孩子都有受教育的权利，在教育面前人人平等，另一方面，教育者要对孩子们因材施教，根据每个孩子不同的特长，让他们受到最适当的教育。这是两个不同范畴的问题，受教育的平等权利，并不等同于所有的孩子都接受同样的教育，因为孩子们原本就是千差万别的。

孩子们的才能体现在各个不同的方面，有些孩子喜欢数学，不费劲就能学得挺好，为何不诱导他们多学一些呢？有些孩子不擅长数学，费挺大劲也不见得能够学好，但是这并不表示他们不行，他们一定具有其他方面的才能，比如文学、艺术、体育，或实际操作能力，为什么非得让他们都学同样的数学呢？

有人可能会说，中国实行统一高考，根本不可能像发达国家那样，在中学实行分层教学。但是，我觉得统考的局面正在一点点地改善，比如我们已经从过去的全国一份考题，变成了省市的自主命题，更令人高兴的是，我们的大学已经开始有了自主招生的名额，从5%的比例逐年上升。当然，目前大学的自主招生在出题、在招生的形式等方面还不成熟，但是有了自主招生的可能，我们是否可以在现行体制允

许的范围之内做些工作呢？

在西学东渐的清末民初，我们能够在内忧外患的国情下从零起步，学习西方先进的思想，建立起自己的现代数学教育体系，并在短短的几十年时间迅速接近发达国家的教育水平，为什么不能在目前体制改革的进程中，学习西方教育的先进之处，使我们的数学教育体系逐步向良性化、科学化迈进呢？

我们的中学老师，承担着为祖国培养人才的重任，也就是承担着祖国的未来。我们有这么多优秀的中学老师，数学教育一定会有长足的进步。

我们也一定能够实现陈省身先生的美好愿望，在二十一世纪将中国从一个数学大国变成数学强国。

就讲到这里，谢谢大家。

2010年3月于北京定稿

参考文献

- 李永智，美国的英才教育与因材施教，基础教育参考，2004年第4期。
- 易泓，英才教育制度的国际比较，教育学术月刊，2008年第6期。
- 关颖婧、袁军堂，法国大学校的精英教育及其启示，江西教育，2006年第5期。
- 韩国“精英”教育策略，教育情报参考，2005年第2期。
- 赵晋平，从理科高中看日本的精英教育，外国教育研究，2005年第5期。

作者简介

张英伯，北京师范大学数学科学学院教授，博士生导师，从事代数表示论的研究，给出了一般有限维代数模范畴的AR-分支的结构，从事代数方向各门课程的教学工作。任中国数学会基础教育委员会主任，《数学通报》主编。

