


逝去的荣耀

剑桥“三足凳”数学荣誉考试（下）

刘 钝


 亲历者的回忆

赖特（J. F. Wright）在回忆剑桥生活的书中有一段有趣的描述，提到自己在学院的数学老师本是1799年“三足凳”考试的榜眼布朗（John Brown），1816年底也就是赖特升入大学第二年时，意外得到一笔来自朋友的资助，因此才有能力支付额外的“私教”费用，于是另外找到一位叫布拉斯（John Brass）的老师，后者是1811年“三足凳”考试的第六名，在当时的“私教”圈中小有名气。由于约定的培训名额已满，布拉斯让他次日晨祷前在三一学院大庭院见面，第二天清晨6时，赖特冒着严寒如约来到布拉斯的办公室，后者从冰冷的被窝里爬起来，身上还穿着睡衣，要求赖特先默写一些重要代数定理（如牛顿的二项式定理）的优雅证明，随后回到一旁的卧室更衣，时不时还瞟一眼忙碌中的学生，这就是布拉斯给学生的见面礼。

谈到学院正规授课与“私教”的区别，赖特说最大的不同是后者能够根据学生的资质因材施教，按照特定的学习进度来训练学生。他说布拉斯特别强调思考的速度，还提到自己通过“私教”不但学习牛顿的《原理》，而且也研读蒙日的几何、拉格朗日的分析力学与拉普拉斯的天体力学¹。那是1817年夏天，正是剑桥分析学会活跃的日子。

沃德（Joseph Ward）是1876年“三足凳”考试的状元，也是著名“教练”

¹ J. M. F. Wright, *Alma Mater; or Seven Years at the University of Cambridge*, vols.2, London: Black, Young and Young, 1827, 1:pp.171-173, 2:pp.2-3.

饶思 (Edward Routh) 的弟子。他在日记中留下了一段有趣的记载, 提到为了准备考试, 他与同在圣约翰学院的两个同学制定了一个严格的作息计划, 在考前的九个月内互相督促, 约定如下:

1. 每天早晨 7:35 (周日 8:45) 起床;
2. 午餐前学习 5 小时;
3. 下午至少锻炼 1 小时;
4. 午后 (含晚间) 学习 3 小时;
5. 晚 11:00 停止所有活动并在 11:30 以前上床 (星期六延至午夜 12:00);
6. 违反以上第 1 条者罚款 3 便士, 同日内违反其余 5 条之一者罚款 1 便士;
7. 工作日 6:35-7:35 之间吵醒他人的记罚半个便士, 周日 7:45-8:45 之间同此;
8. 8:00 以前的学习要记入当日上午或午后的时间 (即总学时 5+3 小时);
9. 教会活动占用的时间抵半计算, 遇此情况当日中止学习时间可延至 11:30, 最迟上床时间 12:00;
10. 本协定对每个人具有约束力, 一致同意方可修改。²

福赛斯 (Andrew Forsyth, 1881 状元 / 三一学院) 是 1881 年“三足凳”考试状元, 毕业后先后在剑桥、利物浦和伦敦帝国理工任教。他自称是凯莱 (Arthur Cayle) 的学生, 后者是英国当时数学第一名家, 也是三一学院的招牌教授。福赛斯在数学方面没有特别的贡献, 写过一些教科书 (后来受到李特尔伍德的批评)。为了准备“三足凳”考试, 他也参加了饶思的训练班。据他回忆, 当时正是“饶思人” (Routh's Men) 最火爆的时候, 其名下共有四个年级的 120 名学生, 被分成 9 至 10 个小组, 福赛斯与其他五六个人属于顶尖的第一组, 也就是最有希望获得“优胜者” (Wrangler) 荣誉的几名学生。无论哪个组, 一学期 8 周、每周三次课, 每次课 1 小时, 长假的 6 或 7 周照常, 不会多也不会少, 忙碌的时候饶思要工作到晚上 10 点。从一年级冬季学期 (Michaelmas term) 开始, 到第四年春夏季学期 (Easter term) 间参加考试, 共有 10 个学期和 3 个长假, 一个完整的训练课程大约是 600 课时。福赛斯所在的那个小组, 无论寒冬酷暑都是早晨 8:15 开始, 通常以几分钟的习题测验开始, 余下时间则按照进度讲解连贯的题材, 其内容有别于学院的课程, 重点在于指导学生熟悉未来考试的基本框架。对此饶思了如指掌, 他会传授一些考试的技巧, 强调思考与书写的速度, 告诉学生遇到难题先跳过去, 如有时间再回过头来尝试解决。最后他会布置若干习题, 通常是 6 道, 大多数与下一次课的内容有关。另外, 每周还会发一张纸的问题汇编, 所有小组一视同仁。若干周后搞一次模拟考试, 不限时, 但期望学生们在 3 小时内完成, 周五或周六交回答卷, 下个周

² 沃德 1875 年 4 月 14 日日记, 转引自 Andrew Warwick, *Masters of Theory: Cambridge and the Rise of Mathematical Physics*, Chicago: University of Chicago Press, 2003, p.244.

一上午所有人来到大教室，饶思发回批阅过的试卷，由此学生可以粗略估计自己的水平和在竞争者中的位置。

上述回忆出自福赛斯 1935 年 3 月 2 日在英国数学会西南威尔士分会上的致辞，后来以“剑桥的老‘三足凳’日子”为题发表在《数学公报》上³。“老”相对于“新”而言，后者指 1910 年改革后的剑桥数学考试，福赛斯是改革制度的参与者。他对“三足凳”考试的整体评价是相当负面的。

饶思的另一位弟子皮尔逊（Karl Pearson, 1879 探花 / 国王学院）在 1879 年“三足凳”考试中名列第三，看到福赛斯的文章后非常不满，也写了篇文章登在第二年的《数学公报》上⁴。皮尔逊的文章，从标题到内容都与福赛斯针锋相对，几乎对后者的每一项负面指控都作了反驳。他与饶思的第一次会面及日后的情谊，上篇已经提到了，这里不重复。皮尔逊强调老“三足凳”考试有两个明显的优点：首先它对数学众多分支的基本原理提供了一种普遍的而不是专门的审查；其次它是以解决问题为核心的，后一点正是“教练”们所擅长的技能。结合自己后来在海德堡与柏林的经验，皮尔逊认为德国的大学生仅仅学到一些理论而缺乏解决问题的训练。针对福赛斯说饶思把虚数当作“靠不住的入侵者”（untrustworthy intruder），以及忽略与考试无关的数学内容的批评，皮尔逊说自己不但从学院课程、也从“教练”那里学到了复变量的知识。除此之外，饶思还会推荐某些学生阅读专门的数学期刊，也向他们介绍斯特拉特（John Strutt）的声学、格林（George Green）的数学、麦克斯韦的电磁学论文，以及若干当代几何学家的作品。所列参考书中不仅有英文的，也有法文和德文的，包括拉梅（Gabriel Lamé）、傅里叶、基尔霍夫（Gustav Kirchhoff）甚至黎曼的论文或书籍。对比 1910 年改革后的“新三足凳”，皮尔逊的结论是：“今天剑桥的数学荣誉考试产生专家，但是很难培育出那么多在所有领域为国家做出卓越贡献的人。”

约瑟夫·汤姆生（Joseph Thomson）是 1880 年“三足凳”考试的榜眼，晚年写的回忆录中言及剑桥大学时代的生活，特别提到许多与“三足凳”考试有关的故事。对于饶思的影响他写道：“将近半个世纪以来，英格兰、苏格兰、威尔士以及英属海外殖民地大学的绝大多数数学教授，还有大量的中学数学老师，都是饶思的学生，而且在很大程度上承袭了他的教学方法。在今日的教科书上，饶思的老学生们还能不断辨认出他们所熟悉的章节，显然来自当年老师在教室里讲授的内容或撰写的讲义。”汤姆生总结饶思的教学特点，“是在短时间内传授足够的知识，根据通常的进度这些内容往往需要花费大量时间去思考与练习。”⁵

³ Andrew Forsyth, Old Tripos Days in Cambridge, *Mathematical Gazette*, 19(234), 1935, pp.162-179.

⁴ Karl Pearson, Old Tripos Days at Cambridge, as Seen from Another Viewpoint, *Mathematical Gazette*, 20(237), 1936, pp.27-36.

⁵ J. J. Thomson, *Recollections and Reflections*, London: G. Bell and Sons Ltd., 1936, p.39, p.46.

通常在冬季学期之末，饶思会同一些准备参加第二年考试的学生们照一张像。图1是他与1880年“三足凳”考试的部分“饶思人”的合影：中间坐立者是饶思，后排左起第一人是那一年的第七名威尔斯福德（J. W. Welsford），第二人是状元拉莫（Joseph Larmor），第五位是榜眼约瑟夫·汤姆生，中间坐着的左起第二人是当年的第四名考克斯（H. Cox），前排坐在地上的左起第二、三位分别是第六名麦克因托什（A. MacIntosh）和第三名阿尔科克（W. B. Allcock）。



图1. 饶思与部分参加1880年“三足凳”考试的学生合影
转引自（Warwick 2003, p.316）

多种相伴的荣誉

“三足凳”考试的状元以及许多榜眼和探花后来都被选入皇家学会，从1871至1940年共有6个人担任过会长，其中后三位还分别荣获1904年、1906年和1915年的诺贝尔物理学奖。具体情况可见表1：

姓名	生卒年	考试年与名次	所属学院	会长任期
艾里 G. B. Airy	1801-1892	1823 状元	三一	1871-1873
斯托克斯 G. G. Stokes	1819-1903	1841 状元	彭布罗克	1885-1890
威廉·汤姆生 W. Thomson	1824-1907	1845 榜眼	彼得豪斯	1890-1895
斯特拉特 J. W. Strutt	1841-1919	1865 状元	三一	1905-1908
约瑟夫·汤姆生 J. J. Thomson	1856-1940	1880 榜眼	三一	1915-1920
威廉·布拉格 W. H. Bragg	1862-1942	1885 探花	三一	1935-1940

表1. 担任皇家学会会长的“三足凳”考试优胜者

曾为牛顿拥有的卢卡斯讲席教授也是极高的荣誉，从1760至1932年，这一荣誉席位几乎全部为“三足凳”考试状元占据，具体情况见表2：

姓名	生卒年	考试年与名次	所属学院	讲席时间
华林 Edward Waring	c.1736-1798	1757 状元	抹大拉	1760-1798
米尔纳 Isaac Milner	1750-1820	1774 状元	女王	1798-1820
伍德豪斯 Robert Woodhouse	1773-1827	1795 状元	冈维尔与凯斯	1820-1822
特尔顿 Thomas Turton	1780-1864	1805 状元	圣凯瑟琳	1822-1826
艾里 George Airy	1801-1892	1823 状元	三一	1826-1828
巴贝奇 Charles Babbage	1791-1871		三一 & 彼得豪斯	1828-1839
约书亚·金 Joshua King	1798-1857	1819 状元	女王	1839-1949
斯托克斯 George Stokes	1819-1903	1841 状元	彭布罗克	1949-1903
拉莫 Joseph Larmor	1857-1942	1880 状元	圣约翰	1903-1932

表 2. 担任卢卡斯讲席教授（6-14 任）的“三足凳”考试状元

排在最上面的华林是第六任卢卡斯讲席教授，读者们知道这个名字多半与“华林问题”有关，那是他 1770 年在《代数沉思录》（*Meditationes Algebraicae*）中提出来的，杨武之、华罗庚、陈景润等中国数学家都对这一问题的拓展形式做过深入研究。华林之前的卢卡斯讲席教授（包括首任巴罗和次任牛顿）都没有“三足凳”的记录。第 11 任巴贝奇是个特立独行的怪杰，他拒绝参加 1813 年的“三足凳”考试，那一年的前两名分别由赫歇耳（John Herschel）和皮考克（George Peacock）获得，而在剑桥分析学会的创会“三剑客”中，巴贝奇的数学天份是最高的。他不但没有参加“三足凳”考试，而且对大学正规课程的各种考试不屑一顾，居然获得学位和卢卡斯讲席也是一件令后人感到不可思议的事情。据称他在担任讲席教授的 11 年间没有为本科生上过一次课，而将主要精力放在设计与制造差分机以及政治经济学等方面。

剑桥大学还有一个萨德莱尔纯数学讲席教授（Sadleirian Professorship of Pure Mathematics）⁶，金额不高但名声很好，相继担任讲席的“三足凳”考试优胜者见表 3：

姓名	生卒年	考试年与名次	所属学院	讲席时间
凯莱 Arthur Cayley	1821-1895	1842 状元	三一	1863-1895
福赛斯 Andrew Forsyth	1858-1942	1881 状元	三一	1895-1910
霍布森 Ernest Hobson	1856-1933	1878 状元	基督	1910-1931
哈代 Godfrey Hardy	1877-1947	1898 第四	三一	1931-1942
莫德爾 Louis Mordell	1888-1972	1909 探花	圣约翰	1945-1953

表 3. 萨德莱尔讲席教授（前 5 任）

⁶ 该讲席由萨德莱尔夫人（Lady Mary Sadleir）捐资设立，她的前夫是剑桥校友，参与了皇家学会的创建，也是一位著名的医生。1706 年萨德莱尔夫人去世，根据她的遗嘱设立了这一旨在“全面而清晰地讲授代数学”的讲座，1863 年开始改为专门致力于“解释和教授纯数学原理”的教授席位。