



# 中国古代数学的贡献

周向宇

毛主席曾说：“许多马克思列宁主义的学者也是言必称希腊，对于自己的祖宗，则对不住，忘记了”<sup>1</sup>。

习近平总书记说：“文化自信是一个国家、一个民族发展中最基本、最深沉、最持久的力量”<sup>2</sup>；“坚定文化自信，是事关国运兴衰、事关文化安全、事关民族精神独立性的大问题”；“坚定文化自信，离不开对中华民族历史的认知和运用”<sup>3</sup>。

华罗庚先生说过，中华民族是擅长数学的民族。华先生对中国数学史有深刻见地。

学习与研究数学，应该重视数学概念和思想的来龙去脉、源与流，强调数学精神和数学文化，学贯中西、博古通今，注重从中西、古今的角度思考问题。

多年来，作者在研究专业数学之余，对中国国学、历史、地理、中外数学史颇有兴趣，并坚持学习与钻研。本文是作者学习和研究中国古代数学的心得体会与研究成果。这些年来，作者在许多场合作过多个科普报告，如“数学之魅力”“筹算与国学”“从复数谈起”“中国古代数学的贡献”“数学的威力”等，本文基于这些报告整理而成。本文将阐释与揭示中国古代数学对华夏文明的贡献，除了对物质文明的贡献，特别是对国学、语言、文化等的影响与贡献；中华文化对数学的推崇与影响、中华经典中的数学；中国古代数学成就及其对现代数学的影响与贡献。

<sup>1</sup> 毛泽东，改造我们的学习，毛泽东选集第三卷，北京：人民出版社，1991：797。

<sup>2</sup> 2020年9月8日，在全国抗击新冠肺炎疫情表彰大会上的讲话。

<sup>3</sup> 2016年11月30日，在中国文联十大、中国作协九大开幕式上的讲话。

## 1. 算筹记数

### 1.1 记数与运算问题

我们先从自然数谈起。人类在数学上的发展，首先源于对自然数和形的认知。自然数作为基数与序数反映了一一对应、顺序、大小等思想。

在远古时期，人们需要用各种办法来计数狩猎的收获。在远古中国，我们结绳计数，而在其他文明，也有垒石计数的（微积分 calculus 一词的前词根原意就是卵石之意，引申为垒石计数、计算术）。再到后来，人们采用书契（书写符号）来计数、表示数目，正如《周易·系辞下》所说：“上古结绳而治，后世圣人易之以书契”。我认为，人类所碰到的最早、最基本的数学问题，便是记数问题及其运算问题：如何用少量、简洁的符号来表示所有的数，以及如何对它们进行方便灵活的运算？

### 1.2 十进位值制思想

中国在十进位值制上做出了突出的贡献。十进制、十进位值制的出现，和生产力的发展、人口的增长、生活与劳动的需要等是密切相关的：捕获的猎物增多了，人口也增加了，用结绳或垒石来计数，已经不适应于生产力发展的需求，所以才逐步发展出了十进制、十进位值制。在商代的甲骨文中，出现了叁万多的大数，这里除了有符号表示一至九外，还有符号来表示十、百、千、万这些数。到了周朝，十进位值制思想得到发展，建立了以筹记数的方法，除了有数字（表示数目一至九的符号，零用空位、后来发展为用○表示），关键还引进了数位（数字的位置），表示十、百、千、万等符号可以省略了，通过数字的不同位置来表达它们的含义，这样符号更少、更简洁了。到了春秋战国时期，十进位值制在中国已经非常普遍。“筹”和“算”经常出现在东周时期的许多文献里，如《仪礼》《老子》《孙子》《荀子》《管子》，而且，“数”作为主要学习内容是西周六艺“礼、乐、射、御、书、数”教育之一，这在《礼记·内则》有记载。

古代中国通过用“筹”来计数引进十进位值制。比如《墨子·经下》说：“一少于二而多于五”，即“一”在个位数时小于“二”，但在十位数时却大于“五”；《墨子·经说下》提到：“一：五有一焉；一有五焉；十，二焉”，说的就是位值制。虽然秦朝焚书坑儒——刘徽给《九章算术》作注时指出，秦朝焚毁了很多书籍，导致各类经书残缺不全（“往者暴秦焚书，经术散坏”），这也是他写《九章算术注》的一个因素，但公元四、五世纪的《孙子算经》仍把算筹记数的方式表达得非常明确：“凡算之法，先识其位，一从十横，百立千僵，千十相望，万百相当”。也就是说，记数的方法，首先要判断数字的位置，个位用纵式，十位是横式，百位又用纵式，千位又是横式，就这样纵横相间地用算筹来记数。用纵式和横式符号来表示自然数 1 至 9 的方式可见图 1。以 2014 的算筹记法为例：从右往左，个位用纵式的 4，十位用横式的 1，百位是零使用空位，千位又用横式的 2（图 1）。这显然是十进位值制思想，是对上述记数问题的一个回答。

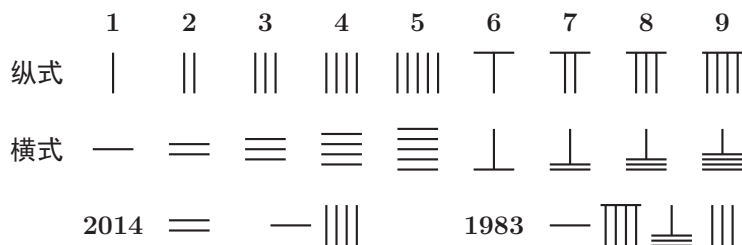


图 1. 算筹记数

### 1.3 十进位值制的评述

关于“十进位值制”，拉普拉斯曾评价道：“从印度人那里，我们学到了用 10 个字母来表示所有数的聪明办法，这个聪明办法，除了赋予给每个符号以一绝对的值以外，还赋予了一个位置的值，这是一种既精致又重要的想法。这种想法看起来如此简单，而正因为如此简单，我们往往并未能足够认识它的功绩。但是，正由于这一方法的无比简单，以及这一方法对所有计算的无比方便，使得我们的算术系统在所有有用的创造中成为第一流的。至于创造这种方法是多么困难，则只要看看下面的事实就不难理解。这个事实是：这一发明甚至逃过了阿基米德与阿波罗尼斯的天才，而他们是古代两位最伟大的人物<sup>4</sup>。

《普林斯顿数学指南》中条目“十进位值制”(decimal place value system)<sup>5</sup>指出，印度人大约在公元五世纪使用十进位值制，然而成书于公元四世纪的《孙子算经》就已经很明确地阐明了十进位值制。更遑论“筹”“算”已广泛见于先秦经典，而“筹”“算”的首要目的就是记数。后来注意到，吴文俊先生其实更早就意识到了这个问题，他说十进位值制思想最早的创立者应将拉普拉斯说的“印度人”改为“中国人”<sup>6</sup>。吴先生对中国数学史有重要贡献。

国际上也开始逐渐地承认<sup>7</sup>，是中国最早创立了十进位值制，并且在公元前几个世纪，也就是在印度采用位置记数法的很久之前，就已开始使用，是当时最先进的记数系统。

现今沿用印度-阿拉伯数字的记数系统，思想和方法与中国古代十进位值制是一样的，但符号更简洁、表述更方便，进一步回答了上面提到的人类遇到的最古老的记数问题。这里，印度-阿拉伯数字做出了贡献。现今十进位值制记数系统在欧洲进而在全球普及离不开斯蒂文(Simon Stevin)、纳皮尔(John Napier)、韦达(Franciscus Vieta)等人的贡献。可见，数学思想的简要表述对数学发展也是十分重要的。

<sup>4</sup> Cajori F., A History of Mathematical Notations, Dover Publications, Inc. New York, 1993: 70.

<sup>5</sup> Gowers T. (Ed.), The Princeton Companion to Mathematics, Princeton University Press, 2008.

<sup>6</sup> 吴文俊, 对中国传统数学的再认识, 百科知识, 1980 年第 7--8 期.

<sup>7</sup> 卡尔·博耶(Carl B. Boyer)著, 尤塔·梅兹巴赫(Uta C. Merzbach)修订, 数学史(修订版), 中央编译出版社, 2012.

## 1.4 中国古代数学

《汉书·律历志》明确地提到了我国古代数学的诸多方面：推历、生律、制器、规圆、矩方、权重、衡平、准绳、嘉量，探赜索隐、钩深致远。其中，“赜”的意思是深奥、幽深、玄妙、精妙。“探赜索隐、钩深致远”阐明了科学研究的真谛，把科学研究的对象、内容与方式以及目标与意义都讲清楚了。作科学研究就是探赜索隐、钩深致远。另外，这里提到的规矩、权衡、准绳、嘉量都属于数学，包括数学的测量工具及其用途，比如规是画圆的工具，矩是画方的工具，准绳是量平、画直线的工具，权衡是量轻重的工具。另外还有钩，做曲线用。

筹算也是我国古代数学的一个重要组成部分。所谓的“筹”（有时又称“策”“筹策”“算筹”），是指用竹、木、铁、玉、兽骨、象牙等各种材质制成的小棍。另外，还有用于盛装它们的算筹袋和算子筒。在做筹算时，将算筹从算袋中取出，放在桌上、炕上或地上等进行摆弄、运算。

## 2. 中国古代数学与国学

所谓国学，应该是以先秦诸子百家学说为根基的中国传统思想、文化、学术体系。国学涉及范围广泛，包括哲学、文学、政治、经济、军事、历史、地理、医学、建筑、书画、音乐等等，且涉及各个时代。

事实上，中国文化对数学的严谨、严格、严密，准确、精确、客观，非常地推崇。《淮南子·主术训》说：孔丘、墨翟修先圣之术，通六艺之论。国学的奠基者们都精通六艺、通晓筹算，他们将各自的人文思想用数学命题来进行阐释，反映了人文精神与数学精神的交融，体现了中国文化从根基上对数学的尊崇。

### 2.1 古代数学之用

史书记载：伏羲女娲持规矩；大禹：左准绳，右规矩，载四时；奚仲：造车之父，利用规矩、准绳造马车。

“勾三股四弦五”在大禹时期就已经知道了。《史记·夏本纪》记载大禹治水的情形：“左准绳，右规矩，载四时，以开九州，通九道，陂九泽，度九山。”《淮南子·修务训》也说：“无规矩，虽奚仲不能以定方圆；无准绳，虽鲁班不能以定曲直。”奚仲发明了轮子，是中国的造车之父。如果没有了规矩，即便是奚仲也确定不了方圆；如果没有了准绳，哪怕是鲁班也确定不了直线。这说明，我国古代很早就使用准绳和规矩这些基本的数学工具，并做出重大应用。

### 2.2 古代数学源远流长

周文王演周易；周武王建周朝，周公（儒学奠基人）制礼乐。数学教育属六艺（礼、乐、射、御、书、数）之一，据史料记载，至晚始于西周。西周造车技术高超，车辆制造业发达，而造车相当依赖数学。刘徽在为《九章算术》作注时说：“按周公制礼而有九数，九数之流，则《九章》是矣。”甲骨文中，

已有规、矩等字。这些都说明，我国古代数学源远流长。

### 2.3 周公与商高

《周髀算经》记载周公向商高请教天文测量的有关知识：“夫天不可阶而升，地不可得尺寸而度，请问数安从出？”商高告诉他，关键在于用“矩”。周公感叹：“大哉言数！请问用矩之道。”商高则进一步解释，通过不同的摆放方式，矩可以实现多种不同的用途：“平矩以正绳，偃矩以望高，覆矩以测深，卧矩以知远，环矩以为圆，合矩以为方。”周公称赞说：“善哉！”

《管子·七法》里记载了很多管子与数学相关的内容。管仲所说的七法是指：“则、象、法、化、决塞、心术、计数”。其中，“计数”包括刚柔、轻重、大小、实虚、远近、多少，这些问题都与数学相关。管仲认为，想要办成大事，不可不通晓数学：“不明于计数，而欲举大事，犹无舟楫而欲经于水险也。举事必成，不知计数不可。”此外，管仲把尺寸、绳墨、规矩、衡石、斗斛、角量称为“法”，这些也是数学。管仲说：“不明于法，而欲治民一众，犹左书而右息之。”在管仲治理国家时，数学起了重要作用。

由上述可见，从伏羲女娲到大禹，从文、武王到周公、管子，从中国文化的根基上看，中国的统治者对数学是十分欣赏、重视的。

### 2.4 孟子的人文思想与数学

《孟子·离娄上》说：“离娄之明，公输子之巧，不以规矩，不能成方圆；……尧舜之道，不以仁政，不能平治天下”。事实上，“不以规矩不能成方圆”是一个数学命题（现在已成为人们常用的格言警句），孟子以此阐述他的核心人文思想“仁”。目前人们常说“规规矩矩做人做事”，反映了数学的影响。

中国文化看重“圆方”，向有“天圆地方”之说。方圆都是轴对称图形，又是中心对称图形。中国古代发明了画圆与方的规与矩。

《孟子·离娄上》还说：“规矩，方圆之至也；圣人，人伦之至也。”这里，孟子把数学命题和他的人文思想交融为一体，在他的著作中还能找到许多其他类似的比较、阐述。以下仅举几例：《孟子·离娄上》：圣人既竭目力焉，继之以规矩准绳，以为方圆平直，不可胜用也；……既竭心思焉，继之以不忍人之政，而仁覆天下矣。

《孟子·梁惠王上》：权，然后知轻重；度，然后知长短。物皆然，心为甚。

《孟子·告子上》：“羿之教之射，必志于彀，学者亦必志于彀；大匠诲人，必以规矩，学者亦必以规矩。”《孟子·尽心上》：公孙丑曰：“道则高矣美矣，宜若登天然，似不可及也。何不使彼为可几及，而日孳孳也。”孟子曰：“大匠不为拙工改废绳墨，羿不为拙射变其彀率，君子引而不发，跃如也，中道而立，能者从之。”《孟子·尽心下》：“梓匠轮舆，能与人规矩，不能使人巧。”这些，都需要对数学有准确的认识，才能更好地理解其意。

### 2.5 墨子的人文思想与数学

墨子是一位百科式科学家。《墨子·经上》说：“圆，一中同长也。”圆就