

格律诗的数学内涵

刘建亚

格律诗是中华文化特有的瑰宝。只有用中文，才能创作出格律诗；另一方面，格律诗这种诗歌形式，也只存在于中华文化。格律诗创作需遵守的格律，古今学者有大量的论述，其中比较容易找到的文献，包括王力¹以及启功²的著作。当然，通晓格律与写出好的格律诗，是两件不一样的事情，正如通晓足球比赛规则与入围世界杯之间的差别一样。本文的目的，既不是研讨如何写诗，也不是探究格律本身，而是从数学的视角考察格律，从而揭示其深层原因与奥秘，进而管窥中华文化之博大精深。

为了理解格律，最要紧的是理解五言绝句的格律，而五律、七言绝句、七律的格律，都可以从五绝的格律推导出来。通俗地说，五律就是两首五绝接续起来；七绝就是在五绝每句的前面加上合乎格律的两个字；而七律就是两首七绝接续起来。以上说法，肯定是有些简单化；但是一针见血的简单化，要远优于词不达意洋洋万言的冗长论述。本文只是详细考察五绝的格律，而五律、七绝、七律的格律研究，即可类推，从而可以点到为止。

一、五言绝句的格律

五言绝句每行五个字，全诗共四行，其基本句式如下：

仄仄平平仄
平平仄仄平
仄平平仄仄
平仄仄平平

一个自然的问题是：为什么这样？答曰：因为其他的句式都不好听。若一句全

¹ 王力，《诗词格律》，中华书局，1977.

² 启功，《诗文声律论稿》，中华书局，1977.

是平，固然不好听；若一句全是仄，也不好听。此外，若上下两行的平仄完全一致，则就有“顺拐”的困扰。所以，若从句首算起，两个字算一个节，则相邻字节的平仄应该相反；此外，这四句字节的平仄，要尽可能不同。

这四种句式如此搭配，是五绝标准格律，本文用（5A）表示这种格律。以下是杜甫的《晴二首》之一的前四句，这四句完全契合上面的（5A）格律：

久雨巫山暗，
新晴锦绣文。
碧知湖外草，
红见海东云。

当然可以把第三四行挪到最前面，得到

仄平平仄仄
平仄仄平平
仄仄平平仄
平平仄仄平

我们把这种格律称为（5B）。也就是说，以下这种安排，也是合乎格律的：

碧知湖外草，
红见海东云。
久雨巫山暗，
新晴锦绣文。

二、五绝格律矩阵的秩

上文谈到，五绝格律的目的，是保证其“四句尽可能不同”。显然，这是一个模糊的表达。以下，我们引入矩阵的语言来刻画“四句尽可能不同”的深刻意义。若用0表示仄，1表示平，则（5A）格律的矩阵是

$$J_{5A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

而（5B）格律的矩阵是

$$J_{5B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$



以下讨论，集中于(5A)；(5B)类似，不赘述。

若对矩阵 J_{5A} 只做行之间的加减，不挪动行的位置，则由这样的初等变换可以导出

$$J_{5A} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

后者的秩显然是3. 从而得到

定理 1. $\text{rank}(J_{5A}) = \text{rank}(J_{5B}) = 3.$

这样简单的结论被称为定理，有哗众取宠之嫌。但是这个简单的定理，确实回答了“四句尽可能不同”在数学上是什么涵义，就是说，其矩阵要有三行是线性无关的。

三、五绝的入韵两式

更有阅读美感的五绝，是首句入韵式，亦即第一句句尾就开始押韵。如此说来，入韵式有两个可能性： J_{5A} 的第一行换成第二行句式，或者第一行换成第四行的句式；除此之外，别无他途。当然在以上两种情况下，其他行也须适当交换。用杜甫的上述例子，所谓的入韵两式就是下面这两个形式

红见海东云，
新晴锦绣文。
碧知湖外草，
红见海东云。

以及

新晴锦绣文，
红见海东云。
久雨巫山暗，
新晴锦绣文。

因此，五绝入韵两式的矩阵分别是

$$Y_{5A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

以及

