



华 - 王矿体几何学论文中的思想方法及其应用

乔建永

1961年华罗庚同王元合作的矿体几何学论文《关于在等高线图上计算矿藏储量与坡地面积的问题》¹在《数学学报》发表，这是他们将数学理论应用于解决实际问题的第一篇学术论文²。1963年他们在文《有限与无穷，离散与连续》³中又对其中的思想方法做出进一步阐述，对数学应用于矿业工程领域的学术研究产生了划时代的影响。事实上，上世纪70和80年代，华罗庚先生不断亲赴矿区一线调研、解决煤炭生产科技问题，直到1985年6月他生命的最后几天仍在日本东京参加中国的准噶尔煤矿报告会。他长期推动数学在矿业工程领域的应用，时间跨度至少超过25年。1984年他考察中国矿业大学时亲笔题词“学而优则用，学而优则创”。笔者1997年调入中国矿业大学工作，作为一名数学工作者，有了近距离体会华罗庚先生在矿业工程领域“用”与“创”的数学思想方法的主动性。反复阅读他在煤炭生产一线大大小小的故事，我深深体会到，他同王元合作的上述矿体几何学论文值得我们反复研读，这是他“用”与“创”数学思想方法的起点。

一、华 - 王矿体几何学研究的时代背景和主要内容

众所周知，华罗庚是他那个时代的世界级领袖数学家之一，对于中国数学发展做出了重大贡献。他在上世纪50年代末开始关注数学直接应用于实际问

¹ 华罗庚,王元,关于在等高线图上计算矿藏储量与坡地面积的问题,数学学报,1961(01):29-40.

² 杨德庄主编,华罗庚文集(应用数学卷I、II),北京:科学出版社,2010.

³ 华罗庚,王元,有限与无穷 离散与连续,科学通报,1963(12):4-21.

题的研究。从经济发展的重要性来看，矿业工程是国民经济的基础，重视这一领域是理所当然的事情，但考虑到当时的政治环境，1991年王元在接受采访⁴时曾被问到那时的特殊环境是否是选择应用课题的直接原因，王元回答：“当时的形势希望数学家去搞跟实际结合的东西，但我们是权衡过利弊的。如果这个题目的永久价值太小，不管什么形势我们也不会干的。”这个回答无疑是科学理性的。

可以想象，上世纪五十年代他们开始从事数学的应用研究有多么艰难。一方面纯粹数学的研究习惯面临根本性挑战，二来需要对实际应用场景有深入的理解和认识。事实上，问题对应用数学和纯粹数学研究同样重要，但是，纯粹数学问题主要来自数学内部，遵从的是学术逻辑；而应用数学的问题多数来自数学的外部，遵从的是需求逻辑。寻找这样的问题自然具有不一样的难度，来自应用场景的多数所谓的问题其实远未成为标准的数学问题。没有突出的科学洞察力和数学的高度抽象力，就难以捕捉到真正有价值的应用数学问题。华罗庚和王元作为纯粹数学家，他们在那个时代就表现出特有的学术交叉勇气，主动研读和调研同国民经济直接相关的工业领域的科研动态。华罗庚想到采矿与水利等方面可能有数学问题，他让王元到北京各有关部门去主动调研。王元在北京矿业学院的教师那里借来了几本“矿体几何学”的著作。华罗庚从他的朋友那里学到了地理学家计算坡地表面积的方法。他们把二者结合起来确定了所要研究的第一个“应用问题”。早在1958年，他们就在中国科大的教改中加进以往教材中从未有过的许多实例，其中包括矿体几何学的例子²。由此可见，他们为了研究矿体几何学，前期做了十分丰富的学术准备。

矿体几何学属于矿山测量学和采矿学的一个重要分支。它利用数学模型和图象模型研究矿体形态和矿产特性分布及其变化，目的在于解决矿体在地质勘探、开采设计和开采中遇到的空间几何问题，包括地球化学场理论、地形式面理论、投影理论、概率-数理统计，图式等值线法（图解模型），函数拟合法（解析模型）及其它数学方法。20世纪以来，先后诞生了П. М. 列昂托夫斯基（П. М. Леонтовский）的专著《矿层位态要素》，В. И. 包曼（В. И. Бауман）变位几何分类法，计算储量的包曼法，以及П. К. 索波列夫斯基（П. К. Соболевский）首次提出的地球化学场理论。这些研究成果为矿体几何学成为一门独立学科奠定了理论基础，矿体几何学得到了巨大的发展。20世纪50年代以来，中国开始了矿体几何学的理论研究与生产中的实际应用。近年来随着信息科技和数学地质的的发展，矿体几何学研究的内容已逐渐融入数学地质学科之中。

下面就简要介绍华-王矿体几何学论文的主要内容。他们研究的计算矿藏储量与坡地面积的问题，是矿业工程中经常遇到的普遍性问题。首先，他们把从地理、矿冶和地质行业那里调研得到的计算矿藏储量与计算坡地面积的各种实用方法做出系统梳理。继而用数学手段加以科学比较，阐明它们之间的相互

⁴ 数学的实践与认识, 1991(2):10

关系, 给出各种方法的偏差估计, 立足工程实践向矿业工程领域提出应用建议。

关于分层计算矿藏储量, 已有的矿体几何学给出了包曼公式, 截锥公式和梯形公式。用它们算出来的矿藏体积依次记为 V , V_1 和 V_2 。华罗庚和王元首先证明了如下不等式:

$$V \leq V_1 \leq V_2.$$

进一步, 他们确定了取等号的情况。关于这三个公式的优劣性比较, 他们的研究表明包曼公式的局限性较少。他们使用微积分方法给出包曼公式的新证明。这个证明既简单又易于进一步改进, 只用了 12 页, 就把 300 多页的“矿体几何学”上的计算方法全写出来了。在此基础上, 他们在考虑更多因素的条件下推导出一个双层合算矿藏储量的公式, 为矿藏储量计算的科学研究和实际工作奠定了坚实的理论基础。

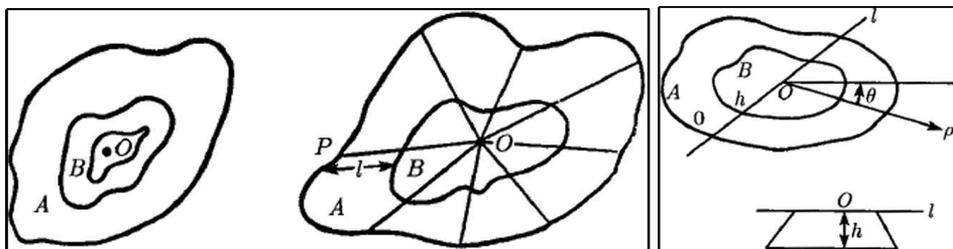


图 1. 《关于在等高线图上计算矿藏储量与坡地面积的问题》中论证的辅助图

在坡地面积的计算方面, 他们把地理学上的 H. M. 伏尔科夫 (H. M. Волков) 方法同矿体几何学上的包曼方法相比较, 证明了包曼方法比伏尔科夫方法更精密, 但用这两个方法算出的结果通常比实际情况都要偏低。继而, 他们给出了能够用这两个方法来无限精密地计算其面积的曲面, 并指出这两个方法的偏差情况。具体而言, 偏差依赖于曲面上点的倾角的变化。只有当整个曲面上各点的倾角都相差不大时, 伏尔科夫方法才能得到精确结果, 而只有当曲面在相邻两等高线间的点的倾角的变化不大时, 包曼方法才能给出精密的结果, 在其它情况下, 用这两个方法的误差可能比较大。因此, 他们建议在等高线图上通过制高点引进若干条放射线, 当曲面与直纹面相近时, 可以分别求出相邻两条放射线间的表面积, 然后总加起来。如果相邻两条等高线间与相邻两条放射线间, 曲面的倾角的变化都比较大, 可以分别算出由放射线及等高线所织成的每一小块的表面积, 然后总加起来。这样算出的结果, 偏差就比较小了。

华罗庚和王元进一步阐述了上述研究的方法论价值³: 在估计矿藏储量时, 有没有一个表示这矿体周界的解析公式……在实际情况中是没有的。但这并不是说微积分里求面积体积的公式没有用了, 必须看看怎样才能用得上, 并且将发现, 理论是有用的, 它能给我们提供具体的线索, 并帮我们判断各种方法的优劣性及进一步改善这些方法。仔细体会, 华 - 王矿体几何学论文的最大价值正是它所揭示的数学应用于矿业工程的思想方法。

二、“用”与“创”的数学思想方法

前面，我们在简要介绍华-王矿体几何学论文诞生的时代背景和主要内容的基础上，分析了其方法论价值。大家知道，华罗庚在数学的应用方面长期开展创新和普及两个层面的工作，无疑上述华-王矿体几何学论文属于创新型的研究工作。注意到数学的应用研究不同于纯粹数学研究，他的许多研究工作并没有以论文的方式发表，而是以转化为生产力的方式融入到产业和企业的技术革新之中了²。如果仅仅研读他为数不多的几篇论文，我们就很难寻觅到他在矿业工程科研中“用”与“创”的完整数学思想方法。然而，只要我们把他的学术论文同他深入矿区的大量实践追求相结合，就立刻能够感受到他以问题为导向，用数学但不唯数学的科学思想方法。

华罗庚先生在矿业工程领域被誉为“精通煤矿的数学家”⁵，因为他对煤矿生产过程有透彻的理解和熟练的掌握。他在改革开放初期，参与了“两淮”煤炭十五年发展规划和准噶尔煤矿规划的论证，从中能看出他对煤矿的精通来源于热爱。1982年，他带队三次深入淮南矿区调研，不顾年老体衰、腿脚不便的困难，先后登上12.5米高的西风井竖井大型钻机平台和40米高的副井井塔，详细观察钻机工作情况，全面了解大型矿井工程施工情况，并向操作工人做调查，掌握第一手资料。推广统筹法和优选法，心脏病发作仍坚持在病榻上听汇报、看材料。在后来煤炭部和中国科协在北京召开的“两淮”煤炭开发论证报告会上，各部门领导和专家们提出许多问题：建设速度能不能加快？多大规模合理？过去建设失误在什么地方？交通、电力、通讯等几个方面怎样同步建设？在长远战略目标下，哪年干什么？重点放在何处？等等。他带领团队都一一作答，数据可靠，材料扎实，大家非常满意。1985年6月，华罗庚带团赴日本访问的重头戏是准噶尔煤矿报告会。准噶尔煤矿是由日本政府带团建设

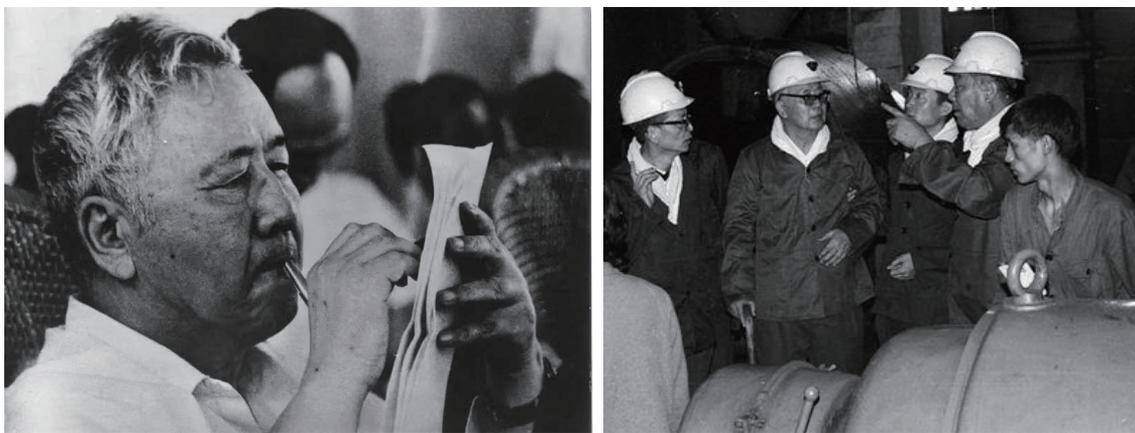


图2. 华罗庚在淮南矿区调研（来源于网络）

⁵ 作家文摘·合订本，2020年第12期。