离散混沌传奇

陈关荣

罗伯特·梅（1936-2020）

罗伯特·梅（Robert McCredie May, 1936-2020）无疑是传奇式人物中的传奇。

罗伯特，昵称 Bob，因老年痴呆症并发肺炎于 2020 年 4 月 28 日在英国牛津养老院离世，享年 84 岁。

2020 年 9 月 24 日，美国生态学会会刊（*Bulletin of the Ecological Society of America*）在线发表了普林斯顿大学几位生态学家的纪念文章，开篇赞评便说："如果能够拥有一个精彩的职业人生，我们绝大多数人都会感到无比荣幸，而 Bob 至少有五个。"

虽然这句话意指罗伯特·梅的科学人生经历了至少五个辉煌的阶段，他确实也是一位成绩卓越、五位一体的学者：理论物理学家、应用数学家、数学生态学家、数值传染病学家和复杂性科学家。他是英国最有影响的科学家之一，在生物多样性、群体动力学和流行病学方面都做出了奠基性的贡献，成就斐然。

谈到学术成就，不知从什么时候开始大家习惯了用一把可以计量的尺子去量度一下：发几篇 SNC 了？戴几顶帽子了？得多少个大奖了？当然，对于这些，罗伯特·梅的回答也完全不是问题。

记录表明，学者罗伯特·梅一生在 *Nature* 和 *Science* 上分别发表了 224 篇和 59 篇文章，其中有许多科学论文也有不少学术评论。他的 h 指数为 177，还在增长中的引用总数超过 166,000。

记录也表明，名冠爵士和牛津男爵的罗伯特·梅是前英国政府首席科学顾问（1995-2000）、英国皇家学会院士和前主席（2000-2005）、英国皇家工程院、美国科学院、澳大利亚科学院、欧洲科学院（Academia Europaea）等多个国家和地区科学院院士，并且荣膺普林斯顿、耶鲁、悉尼、ETH、牛津、哈佛等多所名校的荣誉博士学位。他还曾任 1913 年成立的英国生态学会主席（1992-

1993）、普林斯顿大学学术委员会主席（1977-1988）以及圣塔菲研究所科学委员会主席，等等。

记录还表明，科学家罗伯特 • 梅获奖无数。代表性的有英国皇家学会 Copley Medal（2007）、日本 Blue Planet Prize（2001）、瑞士 - 意大利 Balzan Prize（1998）、瑞典皇家科学院 Crafoord Prize（1996）、美国生态学会 MacArthur Prize（1984）等重大奖项。其中英国皇家学会 Copley Medal 是世界上最古老最著名的科学奖，始于 1731 年，获奖者包括众所周知的富兰克林、哈密顿、高斯、法拉第、亥姆霍兹、吉布斯、门捷列夫、卢瑟福、爱因斯坦、普朗克、波恩、哈代、狄拉克、霍金、希格斯等等。而瑞典皇家科学院的 Crafoord Prize 在 1983 年授予混沌学先驱爱德华 • 洛伦茨（Edward N. Lorenz）。

其实罗伯特 • 梅在学术界里更广为人知的是他的科学贡献：他和 Roy M. Anderson 合著、在 1992 年由牛津大学出版社出版的 700 多页的专著 *Infectious Diseases of Humans: Dynamics and Control* 被称为是传染病数学模型和分析的圣经，至今获得 37,000 多次引用，其中引进并研究了今天熟知的传播因子即再生数，用以界定疾病传播的收敛和发散的速度，并且建立了早期的 HIV 传染病传播数学模型。他自己写的一本著作 *Stability and Complexity in Model Ecosystems* 在 1973 年由普林斯顿大学出版社出版后于 2001 年再版，至今获得 9,000 多次引用。他关于动物捕食模型的 May-Wigner 稳定性定理在该研究领域中特别有名。而他毕生备受关注的论文则是 1976 年在 *Nature* 上发表的题为“*Simple mathematical models with very complicated dynamics*”的论文（Nature, 261: 459-467, 1976），至今被引 7,800 多次。这是一篇里程碑式的论文，背后有许多故事。

Nature Vol. 261 June 10 1976 459

review article

Simple mathematical models with very complicated dynamics

Robert M. May*

First-order difference equations arise in many contexts in the biological, economic and social sciences. Such equations, even though simple and deterministic, can exhibit a surprising array of dynamical behaviour, from stable points, to a bifurcating hierarchy of stable cycles, to apparently random fluctuations. There are consequently many fascinating problems, some concerned with delicate mathematical aspects of the fine structure of the trajectories, and some concerned with the practical implications and applications. This is an interpretive review of them.

罗伯特 • 梅引进 Logistic 映射的里程碑论文

罗伯特 • 梅自称是个“*r*- 选择型科学家”，喜欢做“简单优雅而又重要的研究”。这里“*r*- 选择型”是生态学里的行话，指受自身生物潜能（最大生殖能力，*r*）支配的物种。

1970 年代，罗伯特 • 梅在普林斯顿大学任职生态和动物学教授。他孜孜不

倦地研究生态系统中的动物捕食模型以及物种生存竞争和演化问题。他注意到了比利时数学家 Pierre Verhulst 在 1845-1847 年期间建立的描述人口数目变化的连续时间 Logistic 方程。这里的单词 Logistic 来自法文 logistique，描述部队的后勤供需及宿营管理。罗伯特 • 梅把它离散化，获得了"Logistic 映射"，即从第 k 步到第 $k+1$ 步的迭代公式如下：

$$x(k+1) = \lambda\, x(k)[1-x(k)], \qquad k=0,1,2,\cdots$$

式中 $x(k)$ 为离散实数变量，表示第 k 年的动物个体数量（标准化后取值在 0 和 1 之间），初始值 $x(0) \in (0, 1)$，实参数 $\lambda \in (0, 4)$ 代表生死变化率。这个数学公式的意思不难理解：当个体数量少（即 $x(k)$ 小）的时候，下一年的数量增长大体上是个常数；当个体数量增加（即 $x(k)$ 变大）时，外界资源比如食物不够了，个体的数量便会减少。

由于这个函数曲线在定义区间上是一条抛物线，只有一个峰值，故此也称为"单峰函数"。罗伯特 • 梅用它来描述一般生物、经济或社会的演化，例如动物或昆虫的捕食和繁衍。后人则把它类比于"人口"数量的涨落，称之为"虫口"模型。

这个数学映射非常神奇有趣。虽然数学公式看上去很简单，但是它描述的动力学行为却异常复杂。

首先，这个迭代公式的运算过程可以理解如下：从任意一个初始值 $x(0) \in (0,1)$ 开始，代入右边便得到左边的值 $x(1)$。然后把这个 $x(1)$ 代入右边便得到左边的值 $x(2)$。如此周而复始，可不断地计算下去。

容易看出，当 $\lambda = 2$ 时，如果 $x(0) = 0.5$，则对于所有的 k 值，所有后面的 $x(k)$ 恒等于 0.5。也就是说，我们获得了一个无穷序列 $\{0.5, 0.5, 0.5, \cdots\}$ 的解，称为周期为 1 的周期解。

然后，作为简单粗略的解释，当 $\lambda = 3.3$ 时，如果从 $x(0) = 0.479$ 开始，每一步计算都作四舍五入只保留三位小数，则有

$$x(1) = 3.3 \times 0.479(1-0.479) = 0.824$$
$$x(2) = 3.3 \times 0.824(1-0.824) = 0.479$$
$$x(3) = 3.3 \times 0.479(1-0.479) = 0.824$$
$$x(4) = 3.3 \times 0.824(1-0.824) = 0.479$$
$$x(5) = 3.3 \times 0.479(1-0.479) = 0.824$$
$$x(6) = 3.3 \times 0.824(1-0.824) = 0.479$$

……

由此我们获得了一个无穷序列 $\{0.479, 0.824, 0.479, 0.824, \cdots\}$，是周期为 2 的周期解。

现在，我们一方面可以把这两个周期 1 和周期 2 的解在图纸上分别打上一个点和两个点，另一方面可以继续把所有不同参数值 $\lambda \in (0,4)$ 和所有对应不